Manipulación Algebraica de Offsets de Hipersuperficies

J. Rafael Sendra
Departamento de Matemáticas
Universidad de Alcalá
Rafael.Sendra@uah.es

Resumen

El concepto de offset aparece de forma natural al intentar construir hipersuperficies "*paralelas*" a una hipersuperficie dada. Así, si $\mathcal{V}$ es una curva en el plano (resp. una hipersuperficie en el espacio n-dimensional), la offset esencialmente consiste en tomar la envolvente del sistema de circunferencias (resp. esferas $(n-1)$-dimensionales) de radio fijo d centradas en los puntos de $\mathcal{V}$. En particular, si $\mathcal{V}$ es una hipersuperficie unirracional, definida por una parametrización racional $\mathcal{P}(t_1, \ldots, t_{n-1})$, la variedad offset de $\mathcal{V}$ a distancia d viene dada por el conjunto de puntos del espacio que genera la fórmula:

$$\mathcal{P}(t_1, \ldots, t_{n-1}) \pm \frac{d}{\|\mathcal{N}(t_1, \ldots, t_{n-1})\|} \mathcal{N}(t_1, \ldots, t_{n-1})$$

donde $\mathcal{N}(t_1, \ldots, t_{n-1})$ es el vector normal a $\mathcal{V}$ asociado a $\mathcal{P}(t_1, \ldots, t_{n-1})$.

Uno de los problemas principales en la manipulación de hipersuperficies offset es el estudio de su unirracionalidad, así como el cálculo directo de parametrizaciones. La dificultad fundamental aparece al observar que, en general, la hipersuperficie offset de una hipersuperficie racional no es necesariamente racional.

Esta conferencia se centra en el desarrollo de algoritmos efectivos para el análisis de la unirracionalidad de hipersuperficies offset, para el cálculo directo de parametrizaciones racionales de las componentes paramétricas de la offset, (es decir, algoritmos que parametricen las componentes unirracionales de la offset a partir de una parametrización racional de la variedad inicial y que, por tanto, no necesiten calcular las ecuaciones implícitas de la offset), para el estudio de las degeneraciones, así como la aplicación de resultados al caso particular de curvas planas y superficies.