Intercambio de fichas

Se tienen tres fichas blancas (0) y tres fichas negras (X) en la siguiente posición:

0	0	0	
X	X	X	

Se trata de intercambiar las fichas blancas y negras para llegar a la posición final, descrita más abajo, en el menor número de movimientos. Blancas y negras se mueven por turnos hacia cualquier cuadrado adyacente que esté desocupado, en horizontal, vertical o diagonal.

X	X	X	
0	0	0	

- En este caso el mínimo número de movimientos es siete. ¿Cuáles son?
- Encontrar una estrategia para resolver el juego en el caso general de *n* fichas blancas y *n* negras. ¿Cuál es el mínimo número de movimientos en este caso?

0	0	0	0	0	0	0	...	...	0	
X	X	X	X	X	X	X	...	...	X	

Medianas (longitudes)

Construir un triángulo conociendo las longitudes de sus medianas.

Indicación (por si sirve de algo): éste es un típico problema de construcción geométrica en el que hay que <u>suponer el problema resuelto</u> y analizar la situación, buscando elementos en la figura que se puedan construir directamente a partir de los datos (en este caso, un triángulo cuyos lados son los 2/3 de las medianas dadas) y después, razonando “marcha atrás”, llegar a la solución del problema.

Soluciones en página 2.

SOLUCIONES

Intercambio de fichas

La solución, para el caso de tres fichas de cada color es la siguiente:

0	0	0	x
x	x		

0		0	x
x	x	0	

0	x	0	x
	x	0	

	x	0	x
0	x	0	

x	x	0	x
0		0	

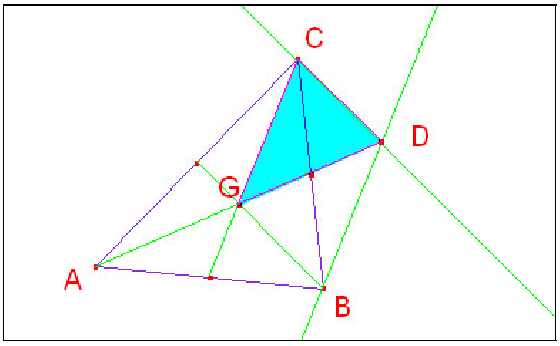
x	x		x
0	0	0	

x	x	x	
0	0	0	

En el caso general, la estrategia consiste en mover en diagonal, como se ha hecho antes, <u>una ficha de cada columna</u> (*n* movimientos), después la ficha que queda en la primera columna en vertical (*1* movimiento) y, por último, de nuevo en diagonal <u>una ficha de cada columna</u>, una menos que antes, (*n-1* movimientos) y en horizontal la primera ficha que se movió (*1* movimiento). En total, *2n+1* movimientos.

Medianas (longitudes)

Supongamos el problema resuelto, esto es, supongamos construido el triángulo ABC, cuyas medianas son tres segmentos de longitudes dadas:



Si trazamos por C la paralela a GB y por B la paralela a GC, resulta un paralelogramo, cuyas diagonales se cortan en su punto medio. Por la propiedad de la mediana, GD=GA y, por lo tanto, los lados del triángulo GCD son las distancias del baricentro, G, a cada uno de los vértices del triángulo, es decir, los 2/3 de las medianas respectivas. Como conocemos las medianas, podemos obtener los segmentos que son 2/3 de cada una de ellas (Teorema de Thales). Así pues, invirtiendo la construcción, podemos primero dibujar el triángulo GCD (conocemos sus lados) y a partir de él es fácil construir el ABC, porque el punto B es el simétrico de C respecto del punto medio de GD y el vértice A es el simétrico de D respecto de G.