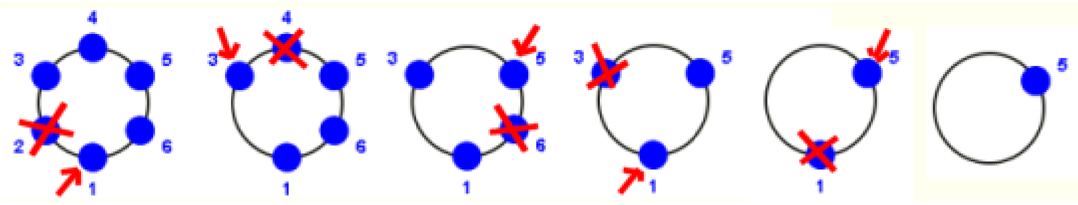
Fichas saltarinas

Se colocan 6 fichas en círculo y se numeran del 1 al 6 consecutivamente. Ahora, en el sentido de numeración, voy dejando una ficha y quitando la siguiente. Empiezo dejando la ficha 1 y quitando la 2. El proceso continúa hasta que sólo queda una ficha. En la figura vemos que al final del proceso la ficha final es la número 5.



a) Haz tú lo mismo con 8 fichas en círculo. ¿Qué ficha queda al final?

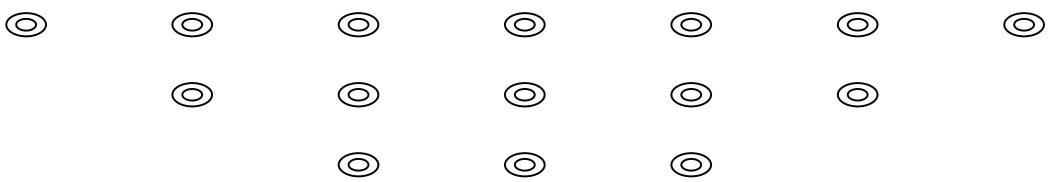
b) Si comenzamos con 16 fichas, ¿qué ficha queda al final?

c) Los números 8 y 16 son potencias de 2. También el número 1024 = 2^{10} es una potencia de 2. ¿Sabrías decirnos, con un razonamiento convincente, qué ficha quedaría al final si comienzas con un círculo de 1024 fichas?

d) Ahora tienes 1026 = $2^{10}+2$ fichas. ¿Qué ficha quedaría al final? Indícanos las razones de tu contestación.

NIM

Hay 15 bolas dispuestas en tres filas, tal como muestra la figura. Hay dos jugadores. El juego consiste en tomar alternativamente cada jugador las bolas que quiera, pero correspondientes solamente a una fila. El que se lleve la última bola pierde. ¿Cuál es la estrategia ganadora?



Soluciones en página 2.

SOLUCIONES

Fichas saltarinas

En los casos a) y b) queda la ficha nº 1. También en el caso c) porque, al ser una potencia de 2, cada vez van quedando la mitad de las fichas que había en la vuelta anterior y siempre el 1. Así, al final queda el 1. Puede razonarse fácilmente por inducción.

Si hay $2^{10}+2$, después de la primera vuelta quedan 2^9+1 fichas, habiendo tachado al final la última y manteniéndose el 1. A la siguiente vuelta se tacha el 3 y al final se tacha el 1, quedando el 5 sin tachar y con 2^8 fichas. Estamos en el caso anterior y la ficha que queda es el 5.

NIM

La estrategia consiste en escribir las filas (número de bolas) en base 2.
Así, en el ejemplo anterior los números (filas) serían:

111	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎
101		◎	◎	◎	◎	◎	
11			◎	◎	◎		

Ahora hay que observar las **columnas** de ceros y unos. La posición ganadora se consigue dejándole siempre al contrario **todas las columnas con un número par de 1.**

Si empezara a jugar yo, cogería una bola de cualquier fila (p.e. la primera) para dejar los números así, con dos **1** en cada columna:

110	◎	◎	◎	◎	◎	◎	
101		◎	◎	◎	◎	◎	
11			◎	◎	◎		

En esta posición el contrario no puede conseguir una posición ganadora. Si, por ejemplo, cogiese tres de la segunda fila, quedaría.

110	◎	◎	◎	◎	◎	◎	
10		◎	◎				
11			◎	◎	◎		

Y yo cogería cinco de la primera (observar que esta jugada es única, por lo que si la tuviese que hacer el contrario, sería difícil que la eligiese al azar):

1	◎						
10		◎	◎				
11			◎	◎	◎		

Si la siguiente jugada del contrario fuese coger dos de la tercera fila:

1	◎						
10		◎	◎				
1			◎				

Hay que tener cuidado al final porque ahora la estrategia depende de la posición. En este caso habría que quitar una de la segunda fila:

1	◎						
1		◎					
1			◎				

Posición claramente ganadora.

En cualquier momento se puede cambiar la condición para ganar (el que coja la última bola gana), pero es en esta etapa cuando hay que cambiar la estrategia. En el ejemplo, si se hubiera hecho el cambio, cogería dos bolas, en vez de una, de la segunda fila.