

## **Las Matemáticas en el contexto educativo. El profesor de Matemáticas en la Enseñanza Secundaria**

### **Introducción**

En la primera sesión de esta asignatura vamos a tratar de exponer y desarrollar el papel de las Matemáticas en el contexto educativo.

Las Matemáticas forman parte del patrimonio cultural de la humanidad, ha estado ligada a sus grandes creaciones y constituye uno de los hilos conductores de la historia de las ideas y del pensamiento humano. El conocimiento de sus contenidos y de sus métodos constituye un capítulo importante de la formación cultural y académica de una sociedad moderna.

La Historia de las Matemáticas ha de ser un recurso didáctico en su enseñanza. Se trata de situar la aparición de los conceptos en un contexto análogo al que se daba cuando se originaron, o, al menos, presentar a los alumnos aquella situación.

Las Matemáticas conforman un amplio campo de conocimientos que se caracterizan por su naturaleza lógico-deductiva y por su fuerte cohesión interna. Llegar a “saber hacer matemáticas” es un proceso lento, laborioso, cuyo comienzo debe ser una prolongada actividad sobre elementos concretos con objeto de crear intuiciones que son un paso previo al proceso de formulación.

La Educación es uno de los pilares básicos de una sociedad y del propio Estado. En ese pilar descansa la formación y la preparación de los jóvenes para ser ciudadanos cultos y capaces de resolver situaciones que, sin duda, tendrán que analizar a lo largo de su vida. Muchos de ellos asumirán en un futuro inmediato complejas responsabilidades profesionales.

Es indudable que una formación de calidad necesita un planteamiento global de la educación, desde las primeras etapas de Primaria hasta la Universidad. Por lo que respecta a esta asignatura, tenemos que prestar especial atención a la etapa que va desde los inicios de la Enseñanza Secundaria hasta el Bachillerato, y también a la transición entre éste y la Universidad.

Las Matemáticas constituyen una disciplina esencial para crear en los alumnos la capacidad de pensar, analizar y decidir. En esta asignatura estudiamos diferentes métodos y recursos para la transmisión de conocimientos (enseñanza) así como para la correcta asimilación por parte de los alumnos (aprendizaje).

En las Matemáticas de la Enseñanza Secundaria Obligatoria se presentan los contenidos a través de procesos intuitivos. En Bachillerato se parte de las bases asentadas en la Enseñanza Secundaria obligatoria, y nos apoyamos en ellas para desarrollar la capacidad de análisis y comprensión de la realidad. Por otra parte, se introducen nuevas herramientas matemáticas necesarias para el aprendizaje científico, tanto en el propio Bachillerato como en los estudios posteriores de carácter científico-técnico.

En este proceso de enseñanza-aprendizaje intervienen una serie de factores que vamos a ir desarrollando a lo largo de diferentes sesiones: objetivos de las asignaturas de Matemáticas en la E.S.O. y Bachillerato, el modelo axiomático-deductivo en la enseñanza: ventajas e inconvenientes, la intuición y el rigor, el papel de la Historia en el proceso educativo, metodología, motivación, evaluación, etc. En definitiva, se trata de analizar qué se enseña, para qué se enseña y cómo se enseña. Haremos en esta sesión un resumen de todo ello.

## **Matemáticas en la E.S.O.**

El tratamiento de la asignatura de Matemáticas en este nivel debe verse bajo una doble perspectiva:

### 1. Formativa.

Se trata de potenciar estructuras intelectuales, generar capacidades científicas tales como observación, interpretación, análisis, síntesis, valoración, etc.

### 2. Instrumental.

Herramienta útil para interpretar, conocer y hacer frente a las necesidades que se le plantearán a los alumnos en estudios posteriores, futuros puestos de trabajo, etc.

## **Objetivos generales**

- Adquirir y utilizar un lenguaje preciso para entender y comunicar información matemática.
- Desarrollar la capacidad de reconocer, plantearse y resolver problemas.
- Conocer aspectos históricos de las Matemáticas que ilustren la aparición de las teorías.
- Conocer y utilizar los instrumentos y recursos que ponen a nuestra disposición las nuevas tecnologías.
- Potenciar la reflexión sobre los procesos que se siguen en la actividad matemática.
- Favorecer el gusto por la certeza y por la necesidad de fundamentar los resultados.
- Interpretar y valorar informaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente.
- Desarrollar la creatividad y los hábitos de investigación y descubrimiento.

## **Matemáticas en el Bachillerato**

Como se ha dicho anteriormente, en la E.S.O. se presentan los conceptos de forma intuitiva, siendo el Bachillerato el lugar donde se debe comenzar a dar una visión más formal de los contenidos.

No se deben perder de vista aspectos históricos que nos ayuden a situar los problemas, poniendo de manifiesto que las Matemáticas está constituida por un conjunto de conocimientos con los que se pretende crear modelos de las situaciones que se dan en la realidad.

Desde el punto de vista pedagógico y metodológico las Matemáticas en el Bachillerato asumen un triple papel:

1. Papel formativo.

El desarrollo de los contenidos matemáticos permiten a los alumnos mejorar sus estructuras mentales y adquirir aptitudes cuya utilidad y alcance trasciendan el ámbito de las propias Matemáticas. En este sentido, por ejemplo, la resolución de problemas requiere poner en juego unas estrategias de pensamiento que son extrapolables a otras áreas de conocimiento y a la propia realidad.

El papel formativo de las Matemáticas se completa incitando los alumnos a la búsqueda de la armonía, a la adquisición de una visión amplia y científica de la realidad, al desarrollo de la creatividad y de otras capacidades personales y sociales.

2. Papel instrumental.

Atendiendo a este papel, las Matemáticas proporcionan técnicas y estrategias básicas, necesarias para el estudio de otras áreas de conocimiento y para la actividad profesional.

3. Fundamentación teórica.

En las Matemáticas de Bachillerato se da una fundamentación teórica al cuerpo de conocimientos, mediante definiciones, demostraciones y encadenamientos conceptuales y lógicos. Éstos confieren validez científica a las intuiciones y a las técnicas y estrategias aplicadas a lo largo de las etapas anteriores.

## Objetivos generales

- Comprender los conceptos, procedimientos y estrategias matemáticas que les permitan desarrollar estudios posteriores más específicos de ciencias o técnicas y adquirir una formación científica general.
- Aplicar sus conocimientos matemáticos a situaciones diversas, utilizándolos en la interpretación de las ciencias, en la actividad tecnológica y en las actividades cotidianas.
- Analizar y valorar la información proveniente de diferentes fuentes, utilizando herramientas matemáticas, para formarse una opinión propia que les permita expresarse críticamente sobre problemas actuales.
- Utilizar con autonomía y eficacia las estrategias características de la investigación científica y los procedimientos propios de las Matemáticas (plantear problemas, formular y contrastar hipótesis, planificar, manipular y experimentar) para realizar investigaciones y, en general, explorar situaciones y fenómenos nuevos.
- Expresarse oral, escrita y gráficamente en situaciones susceptibles de ser tratadas matemáticamente, mediante la adquisición y el manejo de un vocabulario específico de términos y notaciones matemáticos.

- Mostrar actitudes asociadas al trabajo científico y a la investigación matemática, tales como la visión crítica, la necesidad de verificación, la valoración de la precisión, el cuestionamiento de las apreciaciones intuitivas y la apertura a nuevas ideas.
- Utilizar el discurso racional para plantear acertadamente los problemas, justificar procedimientos, adquirir rigor en el pensamiento científico, encadenar coherentemente los argumentos y detectar incorrecciones lógicas.
- Abordar con mentalidad abierta los problemas que la continua evolución científica y tecnológica plantea a la sociedad dominando el lenguaje matemático necesario.
- Apreciar el desarrollo de las Matemáticas como un proceso cambiante y dinámico, íntimamente relacionado con el de otras áreas del saber, mostrando una actitud flexible y abierta ante las opiniones de los demás.

## El método axiomático-deductivo

Como sabemos, el modelo axiomático-deductivo consiste en construir una teoría estableciendo un sistema de postulados o axiomas y deduciendo o demostrando a partir de ellos las propiedades o teoremas que constituyen la propia teoría. Las Matemáticas se han venido exponiendo bajo este modelo desde la antigüedad griega, siendo los *Elementos* de Euclides el ejemplo paradigmático, aunque su uso en la enseñanza ha sido más reciente. De hecho, la culminación del proceso se produce a mediados del siglo XX con Bourbaki. Aunque la enseñanza a este nivel está lejos del empleo sistemático del modelo axiomático-deductivo, haremos un pequeño recorrido por las ventajas e inconvenientes del mismo.

Entre las ventajas de la utilización de este modelo en la enseñanza podemos destacar las siguientes:

1. Al presentar la teoría como un edificio perfectamente construido se consigue una mejor visión estructural de la misma.
2. Con la presentación estructurada de la teoría se consigue una notable simplificación y economía de notaciones y símbolos.
3. Optimización de la relación “contenidos expuestos-tiempo empleado”, hecho que se hace casi imprescindible en la explicación de algunos temas.
4. Posibilidad de transmitir la teoría a un mayor número de alumnos, incidiendo así en la problemática de la relación numérica profesor-alumno.

Sin embargo, casi todas estas ventajas se vuelven inconvenientes cuando se trata de la Enseñanza Secundaria. Y además cabe señalar:

1. La diferencia entre la forma en que se genera una teoría, a partir de un problema concreto al que hay que dar solución, y la forma de presentarla, desapareciendo incluso, a veces, el problema que la generó, lo que puede provocar falta de motivación en el alumno.

2. La típica secuencia axioma-definición-lema-teorema-corolario puede crear dificultad para distinguir los aspectos esenciales de los accesorios; por ejemplo, poner excesivo énfasis en las demostraciones puede hacer creer que la demostración es más importante que el propio teorema.
3. Efectos negativos sobre la creatividad del alumno que, al ver la teoría completamente elaborada, puede minusvalorar el papel de la intuición en el quehacer matemático.

Por supuesto, todas estas ventajas e inconvenientes son absolutamente discutibles y sólo la reflexión y la práctica, unidas a las circunstancias de cada situación, nos permitirán elegir el camino adecuado.

## El rigor y la intuición

Es bien sabido que el rigor es una herramienta necesaria para el matemático, pero es importante no sobrevalorar su importancia y saber en qué momento debe hacerse presente. Los procesos matemáticos, como los procesos científicos en general, atraviesan dos etapas: en primer lugar hay una fase *intuitiva* en la que se busca, se imagina, se conjetura sobre cuál puede ser la solución del problema. En esta etapa se puede actuar sin rigor, es más, a veces el rigor puede ser contraproducente. En segundo lugar está la fase *demostrativa* en la que, por métodos rigurosos, hay que probar que la solución encontrada es verdaderamente la solución del problema. Aquí es donde el rigor se hace imprescindible.

Así pues, en las etapas en las que es conveniente empezar a hacer demostraciones, esto es, en Bachillerato, el rigor debe hacer su aparición al final del camino y esta circunstancia debemos tenerla en cuenta en nuestro modelo de enseñanza para no cargar al alumno con un excesivo rigor desde el principio, sino que, por el contrario, debemos fomentar su creatividad, desarrollando la intuición y haciéndole perder el miedo a intervenir y hacer propuestas, aunque después puedan no conducir a nada.

## La Historia de las Matemáticas en el proceso educativo

Independientemente de que se puedan establecer contenidos sobre Historia de las Matemáticas en la Enseñanza Secundaria, lo que se propone es integrar la historia dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje.

Las razones por las que esta integración puede ser positiva se resumen fácilmente:

1. Recuperación de los orígenes de las teorías, generando interés en conocer los problemas que fueron el motor de las mismas.
2. Intercalando apuntes históricos, anécdotas y comentarios de la biografía de los matemáticos que desarrollaron la teoría se puede hacer más humana y menos árida la fría cadena deductiva.

3. La Historia siempre nos dará una visión más cercana de cuáles han sido los aspectos más importantes de una teoría, y cuáles son aquéllos que han resultado después interesantes para las propias Matemáticas y para otras disciplinas.
4. La necesidad de adoptar notaciones y lenguajes matemáticos precisos encuentra en la Historia cantidad de ejemplos que la justifican y ponen de manifiesto cuándo ha hecho falta el rigor para resolver problemas fundamentales.

Estas razones constituyen también una guía para poner en práctica un uso de la Historia como herramienta pedagógica, pero ha de ser el profesor quien busque en cada momento el hecho histórico apropiado para conseguir en sus clases el efecto deseado.

## La clase

El marco fundamental en el que se desarrolla la labor docente es la clase. Ya hemos hablado de la importancia que tiene un adecuado equilibrio entre rigor e intuición y es en la clase donde hay que conseguirlo. En los diferentes niveles de Secundaria se pone especial énfasis en la resolución de problemas, y es en ese ámbito donde mejor se puede conducir al alumno por el camino de la intuición y de la creación. Nunca se debe explicar un problema como si se tratara de una demostración teórica, sino que se debe transmitir el proceso que se ha seguido para encontrar la solución: comprensión clara del enunciado, problemas análogos, cálculos previos, dibujos, caminos erróneos, etc.

Se deberán proponer ejercicios ordenados por dificultad y dejar que los alumnos traten de resolverlos. Es conveniente dedicar un tiempo a esta tarea con la presencia del profesor en clase, animando a la consulta en voz alta y a posibles propuestas de solución por parte de compañeros.

Aunque centremos nuestra atención en la resolución de problemas debemos hacer ver a los alumnos que los problemas no se resuelven si no se conocen ciertos resultados teóricos. Es conveniente comenzar siempre con una introducción al tema que se va a explicar, algún apunte histórico, conocimientos previos, relación con lo visto anteriormente, etc.

Si bien la pizarra es nuestra herramienta de trabajo habitual, los materiales didácticos, los medios audiovisuales y los recursos informáticos deben jugar un importante papel en la clase. El uso de programas como Derive, Maxima o Maple pueden facilitar el trabajo en Cálculo y Álgebra, y programas de Geometría dinámica, como Cinderella, Geogebra o Cabri, permiten apuntar soluciones a problemas geométricos, que luego pueden ser objeto de análisis más profundo. Por supuesto, estos programas tienen que formar parte de la formación de los futuros profesores de Enseñanza Secundaria.

## La evaluación

La evaluación es la continuación natural del proceso de enseñanza-aprendizaje y no debemos entenderla como un trámite académico o administrativo, sino como una componente más unida

a la programación y a la metodología. Podemos distinguir dos aspectos de la evaluación que, aunque diferentes, se complementan perfectamente. Por un lado, la evaluación de los conocimientos adquiridos por los alumnos nos permite hacer una valoración y emitir una calificación. Este objetivo se consigue tradicionalmente con pruebas y exámenes, pero, de alguna manera, hay que tender a que el peso de la nota final de un alumno no recaiga exclusivamente en el examen. Por eso se hace necesario crear fórmulas que nos permitan diversificar la información sobre cada alumno, como pruebas intermedias, exposición de problemas en clase, presentación de trabajos, labor tutorial, etc.

El segundo aspecto de la evaluación nos afecta a nosotros como docentes, ya que la información que se obtiene de los alumnos nos puede ayudar a valorar nuestro trabajo y a realizar las oportunas modificaciones y correcciones metodológicas.

## Conclusión

La educación de nuestros jóvenes es una tarea compleja, a veces difícil y también a veces poco valorada por el conjunto de la sociedad. En nuestro caso, profesores de Matemáticas, esta dificultad incluso se acrecienta, pero debemos tomar conciencia de que nuestra materia, además de ser imprescindible para una buena formación del individuo, está llena de aspectos, matices y recursos que la pueden hacer atractiva. Para poder transmitir esta sensación, lo primero que hace falta es estar convencidos de ello y ese es uno de los objetivos que se pretende en esta asignatura.