ESQUEMA PARA LA ELABORACIÓN DE UNA UNIDAD DIDÁCTICA

Justificación	Objetivos Contenidos	Desarrollo de la unidad			El clima de clase	Evaluación	El aprendizaje del profesor
		METODOLOGÍA	**ACTIVIDADES**	**RECURSOS**			
Conexión con la realidad. Prioridades. En el contexto de la programación. Adecuación a los Decretos de Enseñanza.	Se establecen de acuerdo con las competencias que se espera que desarrollen los alumnos. Fijar contenidos de la Unidad. Mayor o menor amplitud en función de las características de los alumnos.	Contenidos previos Conocimientos previos. Punto de partida de la construcción de los aprendizajes. Exposición. Resolución de Problemas Investigación.	Comprensión. Memorización. Rutinas. Opiniones.	Bibliografía. Historia. Ordenadores. Vídeos. Juegos. Materiales.	Organización espacial. Autonomía. Dirección.	Concepto y consideraciones generales. Exámenes. Trabajos. Entrevistas. Observación. Formato creativo. Otros.	Revisión de la Unidad. Reelaboración a partir de la experiencia. Revisión de los datos de la evaluación.

DOCUMENTOS CONCRETOS QUE CONFIGURAN LA UNIDAD

- Justificación, objetivos y contenidos. - Sondeo de ideas previas. - Secuenciación de contenidos. - Problemas a desarrollar.	- Investigaciones a proponer. - Selección de actividades. - Clima de clase.	- Selección de recursos. - Elaboración de pruebas. - Evaluación. - Tratamiento de la diversidad.

UNIDAD DIDÁCTICA: FUNCIONES Y GRÁFICAS

4º DE ESO (B)

JUSTIFICACIÓN

Conexión con la realidad:

Vamos a tratar de poner a los alumnos en situaciones reales susceptibles de ser tratadas analíticamente como puede ser interpretar la gráfica de temperaturas de un enfermo o el precio de la gasolina a lo largo de un año.

En general, los alumnos deberán interpretar gráficas en problemas relacionados con los fenómenos naturales, la vida cotidiana y el mundo de la información.

UNIDAD DIDÁCTICA: FUNCIONES Y GRÁFICAS

4º DE ESO (B)

JUSTIFICACIÓN

En el contexto de la Programación:

Esta Unidad Didáctica se enmarca dentro de los contenidos de la Opción B de Cuarto Curso de E.S.O.

Habrá que determinar:

- Cuáles han sido los contenidos previos: las Funciones en los cursos anteriores.
- Cuáles son los contenidos que pretendemos desarrollar en este curso.

Competencia matemática

DEFINICIONES

(PISA) **Competencia matemática** es una capacidad del individuo para identificar y entender la función que desempeñan las matemáticas en el mundo, emitir juicios fundados y utilizar y relacionarse con las matemáticas de forma que se puedan satisfacer las necesidades de la vida de los individuos como ciudadanos constructivos, comprometidos y reflexivos.

(RD Enseñanzas Mínimas) Consiste en la habilidad para utilizar y relacionar los números, sus operaciones básicas, los símbolos y las formas de expresión y razonamiento matemático, tanto para producir e interpretar distintos tipos de información, como para ampliar el conocimiento sobre aspectos cuantitativos y espaciales de la realidad, y para resolver problemas relacionados con la vida cotidiana y con el mundo laboral.

Competencias básicas: competencia matemática

1.- Pensamiento y razonamiento.

2.- Argumentación.

3.- Comunicación.

4.- Construcción de modelos.

5.- Planteamiento y solución de problemas.

6.- Representación.

7.- Utilización de operaciones y lenguaje técnico, formal y simbólico.

8.- Empleo de material y herramientas de apoyo.

1.- Pensamiento y razonamiento. Consiste en plantear preguntas características de las matemáticas ¿hay...? En tal caso, ¿cuántos...? ¿Cómo puedo hallar...? conocer los tipos de respuesta que las matemáticas ofrecen a esas preguntas; distinguir entre distintos tipos de asertos (definiciones, teoremas, conjeturas, hipótesis, ejemplos, afirmaciones condicionales); y comprender y saber manejar el alcance y los límites de los conceptos matemáticos que hagan al caso.

2.- Argumentación. Comporta entender en qué consisten las pruebas matemáticas y qué las diferencia de otro tipo de razonamientos; seguir y evaluar cadenas de argumentaciones matemáticas de distintos tipos; tener un sentido heurístico (qué puede o no puede suceder y por qué), así como crear y expresar argumentaciones matemáticas.

3.- Comunicación. Consiste en la capacidad de expresarse de muy diversas maneras sobre temas de contenido matemático, tanto de forma oral como escrita, así como comprender las afirmaciones orales o escritas expresadas por otras personas sobre esas mismas materias.

4.- Construcción de modelos. Comporta estructurar el campo o la situación para la que se ha de elaborar un modelo; traducir la realidad a estructuras matemáticas; interpretar modelos matemáticos en función de la realidad; trabajar con modelos matemáticos; validar un modelo; reflexionar, analizar y criticar un modelo y sus resultados; comunicar opiniones sobre el modelo y sus resultados (incluyendo las propias limitaciones de tales resultados); y supervisar y controlar el proceso de construcción de modelos matemáticos.

5.- Planteamiento y solución de problemas. Consiste en plantear, formular y definir distintos tipos de problemas matemáticos (por ejemplo, problemas *puros*, *aplicados, abiertos y cerrados*), así como la capacidad de resolver diversos tipos de problemas matemáticos de distintas maneras.

6.- Representación. Comporta la capacidad de descodificar, codificar, traducir, interpretar y distinguir distintas formas de representación de objetos y situaciones matemáticos; las interrelaciones que existen entre las diversas representaciones; y la elección y alternancia entre distintos tipos de representación según las situaciones y objetivos.

7.- Utilización de operaciones y lenguaje técnico, formal y simbólico. Comporta descodificar e interpretar el lenguaje formal y simbólico; comprender sus relaciones con el lenguaje natural; traducir del lenguaje natural al lenguaje simbólico/formal; hacer uso de expresiones y asertos que contengan símbolos y formulas; emplear variables, resolver ecuaciones y realizar cálculos.

8.- Empleo de material y herramientas de apoyo. Comporta conocer y saber emplear toda una serie de materiales y herramientas de apoyo (incluidas las herramientas de las tecnologías informáticas) que pueden contribuir a la realización de la actividad matemática, así como conocer las limitaciones de dichos materiales y herramientas.

UNIDAD DIDÁCTICA: FUNCIONES Y GRÁFICAS

4º DE ESO (B)

CONTENIDOS DE LA UNIDAD

- Interpretación de un fenómeno descrito mediante un enunciado, tabla, gráfica o expresión analítica. Análisis de resultados.
- La tasa de variación media como medida de la variación de una función en un intervalo.
- Análisis de distintas formas de crecimiento en tablas, gráficas y enunciados verbales.
- Funciones definidas a trozos. Búsqueda e interpretación de situaciones reales.
- Reconocimiento de otros modelos funcionales: función cuadrática y de proporcionalidad inversa. Aplicaciones a contextos y situaciones reales.
- Uso de las tecnologías de la información en la representación, simulación y análisis gráfico.

Contenidos mínimos:

- Variable dependiente, independiente, dominio y recorrido.
- Continuidad.
- Crecimiento y decrecimiento.
- Máximos y mínimos.

Contenidos medios:

- Puntos de corte con los ejes. Simetrías. Periodicidad.
- Funciones lineales, afines y definidas a intervalos.
- Funciones de segundo grado.
- Funciones polinómicas. Funciones potenciales.

Contenidos máximos:

- Funciones racionales.
- Asíntotas.
- Funciones de proporcionalidad inversa.

UNIDAD DIDÁCTICA: FUNCIONES Y GRÁFICAS

4º DE ESO (B)

FUNCIONES Y GRÁFICAS EN LOS CURSOS ANTERIORES

Primero: Tablas, representación de puntos, proporcionalidad directa.

Segundo: Crecimiento y decrecimiento, continuidad, máximos y mínimos, uso de calculadoras gráficas y programas de ordenador.

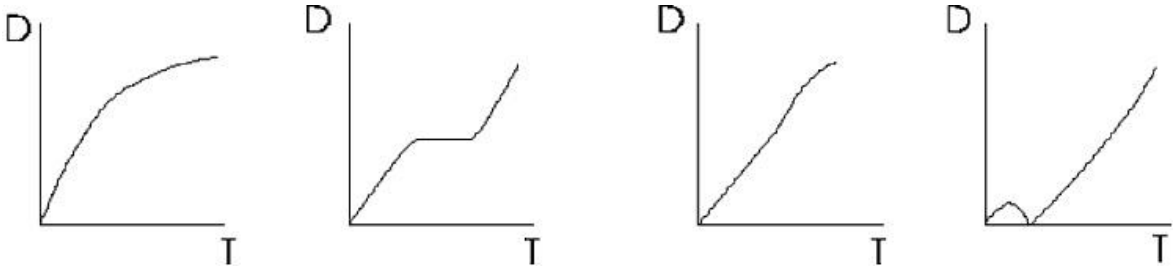
Tercero: Análisis de gráficas que representan fenómenos del entorno cotidiano. Conjeturas sobre el comportamiento de un fenómeno dado por su gráfica o expresión algebraica. Ecuación de la recta.

Camino del Instituto

Enrique Pino Mesa. I.E.S. Vicente Núñez. Aguilar de la Frontera (Córdoba).

Fernando, Herminia, Maruja y Yolanda, viven en una urbanización y todas las mañanas suelen ir al Instituto en bicicleta. La primera clase empieza a las **ocho y cuarto**, lo cual significa que deben salir de casa alrededor de las siete y media.

La distancia de la urbanización al Centro es de (casi) **10 km**. Las cuatro gráficas que vienen a continuación muestran cómo ha sido el viaje de cada uno de ellos al Instituto.



Al llegar al Centro hacen los siguientes comentarios:

YOLANDA
Yo siempre salgo con calma. Porque, yo me digo, a esas horas de la mañana no te puedes precipitar... Ya en el camino empiezo a pedalear más de prisa, porque no me gusta llegar tarde.

FERNANDO
Esta mañana con la motocicleta "vaya guapería". Bien rápido. Pero por el camino: Ploff, ploff. ¡Sin gasolina! Así que... motocicleta de la mano y andando el resto. Llegué por los pelos...

HERMINIA
Acababa de salir de casa, cuando me di cuenta de que hoy tenemos gimnasia. Y me había olvidado el chándal y las zapatillas. Qué tonta ¿verdad? Otra vez a casa para buscarlos. Después tuve que pedalear muy de prisa para llegar a tiempo.

MARUJA ¿?

RESPONDER A LAS SIGUIENTES CUESTIONES:

1. ¿A quién corresponde cada gráfica?

2. Imagínate lo que puede haber dicho Maruja.

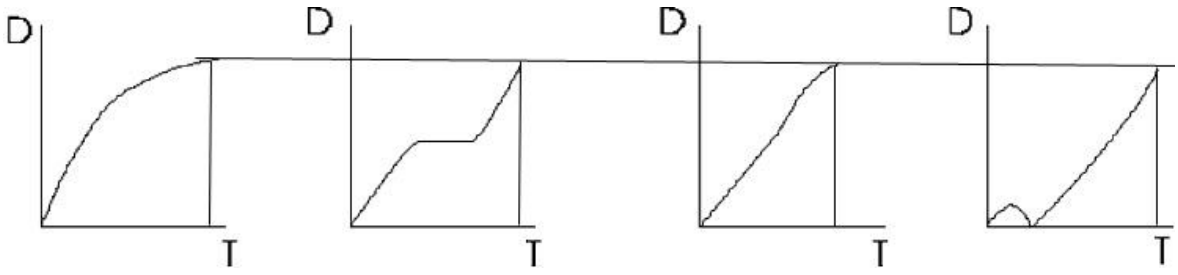
3. El tiempo (T) y la distancia (D) son las magnitudes que se relacionan en estas gráficas. ¿Cuál es la variable independiente y cuál la variable dependiente?

4. ¿Puedes graduar los ejes de coordenadas?

5. ¿Quién llegó antes al Instituto? ¿Alguien llegó tarde?

6. ¿Cómo se sabe cuándo van a mayor o menor velocidad?

Lo que se pretende es saber si los alumnos son capaces de hacer esto:



Y saber obtener de la gráfica las respuestas a las preguntas.

UNIDAD DIDÁCTICA: FUNCIONES Y GRÁFICAS

4º DE ESO (B)

EXPOSICIÓN EN CLASE

Opción sencilla y cómoda (para mí)

Definición de función:

Una función es una correspondencia entre dos conjuntos numéricos tal que… bla, bla, bla.

Variable independiente y variable dependiente, dominio, recorrido…

Se dice que una función f(x) tiene un máximo relativo en x=a cuando…

Y etc. etc. etc.

Y los alumnos no se enteran de nada.

Segunda Opción (recomendada)

Se proponen algunas actividades que repasen y amplíen los contenidos que ya se tienen y, a partir de ellas, se van fijando los conceptos nuevos que vayan apareciendo.

Posteriormente se proponen otras actividades para consolidar el nuevo contenido.

Esta forma de proceder se corresponde con lo que establece el Núcleo Temático **Resolución de Problemas**: "*la resolución de problemas debe contribuir a introducir y aplicar los contenidos de forma contextualizada".*

A mí me costará un poco más, pero es posible que algunos alumnos se enteren de algo.

Actividad 1.- Alquilando coches

Necesitamos alquilar un coche durante todo un día. Pedimos presupuesto a dos agencias distintas y nos ofertan las siguientes tarifas de precios:

Agencia MUNDA: 60 € fijos más 0,30 € por cada kilómetro que recorramos.

Agencia POLEY: 90€ más 0,20 € por cada kilómetro que recorramos.

- ¿Cuánto costaría realizar un viaje de 350 km con cada una de las agencias? Escribe las operaciones que tienes que hacer para calcularlo.

- Construye una tabla considerando que recorremos 0, 50, 100, 150, 200, 250, 300 km, en la que se refleje el coste total del alquiler, escribiendo, como antes, las operaciones que realizas.

  Agencia MUNDA

Km	Operaciones	Precio total
0		
50		
10		
150		

  Agencia POLEY

Km	Operaciones	Precio total
0		
50		
10		
150		

- Generaliza las operaciones que has hecho llamando *x* a los kilómetros recorridos e *y* al precio total del alquiler. Deberás relacionar *x* con *y* mediante una fórmula para cada agencia.

- Lo que has escrito son dos *funciones afines*, *x* es la variable independiente e *y* es la variable dependiente. Represéntalas en unos mismos ejes de coordenadas y compara ambas ofertas.

Actividad 2.-

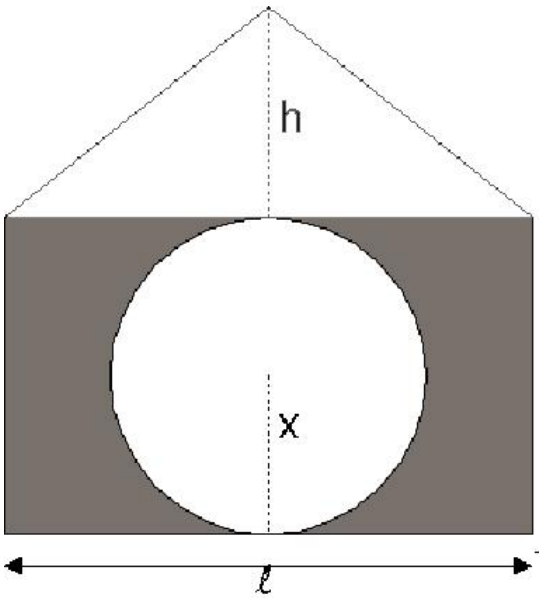
Proponer una actividad análoga en la que se obtengan *funciones afines*, por ejemplo, comparativa de precios de dos Compañías de Telefonía Móvil, sabiendo que una de ellas ofrece los primeros 100 minutos gratis, debiendo pagar sólo el establecimiento de llamada.

- Preparar los datos numéricos del problema.
- Enumerar las preguntas que hay que formular para terminar desembocando, en cada caso, en una función (¿afín?).
- La conclusión final debe ser decidir cuál de las dos es más rentable.

Actividad 3.- El templo Griego

En una visita a Grecia nos ha llamado la atención una figura geométrica presente en un templo de Atenas: Pudo medirse sólo dos dimensiones de dicha figura: $h = 2\ cm$ y $\ell = 6\ cm$.

Por el camino de vuelta pensamos qué ocurriría si se variaba el radio del círculo, ya que desconocíamos su valor.



- Dibuja dicha figura para valores diferentes del radio. Por ejemplo: 1, 2, 3 cm.
- ¿Puede tomar x el valor 4? ¿Por qué?
- ¿Qué valores le puedes dar al radio x del círculo?
- ¿Cuál será el valor mínimo que puede tomar? ¿Y el máximo?
- ¿Cómo será el dibujo si el radio x es igual a cero?
- Calcula el área de la figura sombreada para x = 0, 1, 2, 3, y ordena los valores de x y del área en una tabla.
- ¿Existe alguna relación de dependencia entre el radio y el área?
- ¿Cuál es la variable dependiente? ¿Y la independiente? ¿Por qué?
- Generaliza, y calcula el área de la figura, A(x), en función del radio del círculo, x.
- Completa la siguiente tabla:

x	0	0'5	0'75		1'25	1'5	1'75	2	2'5	3
A(x)				14						

- Construye a partir de la tabla anterior la gráfica correspondiente a la función A(x).

Esta función que has representado nos va a servir de *modelo* para otros problemas que vamos a ver con frecuencia.

- La función que hemos construido, A(x), es una *función cuadrática*. Su expresión general es:

$$y=ax^2+bx+c$$

Y en ella debemos observar:

- La gráfica, que se llama *parábola*, puede ser *cóncava* (si llueve, el agua se queda dentro) o *convexa* (si llueve, el agua se escurre por fuera). ¿De qué depende?

- Hay un punto característico en la gráfica, el *máximo* o *mínimo*, al que llamamos *vértice* de la parábola. Intenta calcularlo a partir de la gráfica.

- ¿Cuál será el valor que le podemos dar al radio x para que el área sombreada de la figura inicial sea la mayor posible?

- De la función A(x) que nos da el área de la figura inicial, obtén dos puntos que tengan la misma ordenada. (Puedes probar los puntos que tienen ordenada = cero). ¿Dónde se encuentran? Calcula el punto medio del segmento que une dichos puntos. ¿Qué se obtiene?

UNIDAD DIDÁCTICA: FUNCIONES Y GRÁFICAS

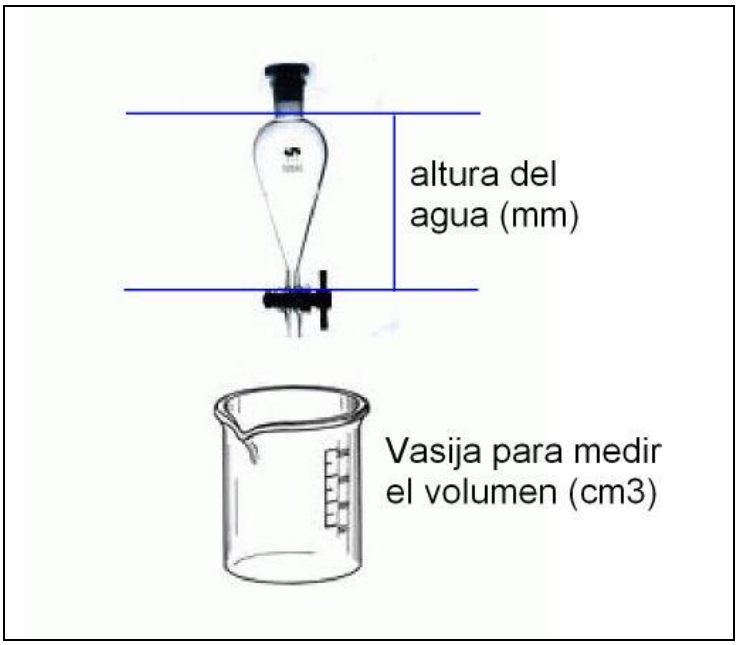
4º DE ESO (B)

INVESTIGACIÓN EN EL AULA

El embudo y la vasija.

Esta actividad pretende que los alumnos realicen tareas de investigación a través de experimentos susceptibles de ser tratados matemáticamente.

Para ello deben disponer de un embudo que tenga la salida controlada para pasar agua a una vasija graduada.



La actividad consiste en ir dejando caer el agua poco a poco desde el embudo a la vasija, anotando en una tabla la altura del agua y el volumen ocupado en la vasija.

A continuación se pasarán los datos de la tabla a unos ejes de coordenadas (x=altura; y=volumen).

Y se plantean las siguientes cuestiones:

a) ¿Influye la forma del embudo en los puntos que se obtienen?

b) ¿Influye la forma de la vasija en los puntos que se obtienen?

c) ¿Se aproximan los puntos obtenidos a alguna función conocida?

d) ¿Hay diferencias entre la tasa de variación de la función en distintos momentos? ¿Por qué?

e) ¿Qué ocurriría si el embudo fuera de alguna de estas formas?





UNIDAD DIDÁCTICA: FUNCIONES Y GRÁFICAS

4º DE ESO (B)

ALGO DE HISTORIA

El concepto de función, tal y como hoy en día es conocido y desarrollado en los cursos básicos de Matemáticas, surgió hacia el siglo XVIII, un siglo después del nacimiento del cálculo diferencial e integral. Sin embargo, la forma clásica como se presenta actualmente el cálculo es: primero se enseñan funciones, luego límites y finalmente derivadas e integrales.

El primer matemático que intenta dar una definición formal del concepto de función fue Leonhard Euler; al afirmar:



"Una función de cantidad variable es una expresión analítica formada de cualquier manera por esa cantidad variable y por números o cantidades constantes''

En la historia de las Matemáticas se otorga el mérito a este gran matemático suizo por precisar el concepto de función, así como por realizar un estudio sistemático de todas las funciones elementales, incluyendo sus derivadas e integrales; sin embargo, el concepto mismo de función nació con las primeras relaciones observadas entre dos variables, hecho que surgió desde los inicios de las Matemática en la Humanidad, con civilizaciones como la griega, la babilónica, la egipcia o la china.

UNIDAD DIDÁCTICA: FUNCIONES Y GRÁFICAS

4º DE ESO (B)

PRUEBA DE EVALUACIÓN

1.- El proyectil y el avión

Una persona dispara desde el suelo un proyectil que describe una trayectoria dada por la función $\mathbf{f(x)=-x^2+102x-200}$. Otra pilota un avión teledirigido que sigue una trayectoria definida por la función $\mathbf{g(x)=2x+2}$ mientras que el proyectil está en el aire (x: distancia en el suelo en metros; f(x) y g(x): altura en metros).

1. Representa en unos mismos ejes ambas trayectorias.
2. ¿Desde qué punto se ha disparado el proyectil? ¿Desde qué punto ha salido el avión?
3. ¿Cuál sería el alcance máximo del proyectil si no impacta con el avión?
4. ¿A qué distancia del punto de disparo alcanza el proyectil la máxima altura? ¿Cuál es ésta?
5. ¿A qué altura se encuentra el proyectil en x=10 m? ¿Y en x=92 m? Encuentra parejas de valores de x para los que el proyectil esté a la misma altura. ¿Cuántas podrás encontrar?
6. ¿En qué puntos se encuentran a la misma altura avión y proyectil? ¿A qué altura?

2.- Analizando gráficas

Observa las siguientes gráficas e indica cuáles de ellas representan funciones. De las que representen funciones estudia en cada caso:

1.- El dominio.

2.- El recorrido.

3.- La continuidad.

4.- El crecimiento y el decrecimiento.

5.- La existencia de máximos y mínimos.

6.- Simetrías que presentan.

