

Teorema Central del Límite,
Aproximación de la Binomial
por la Normal
y
Ley de los Grandes Números.

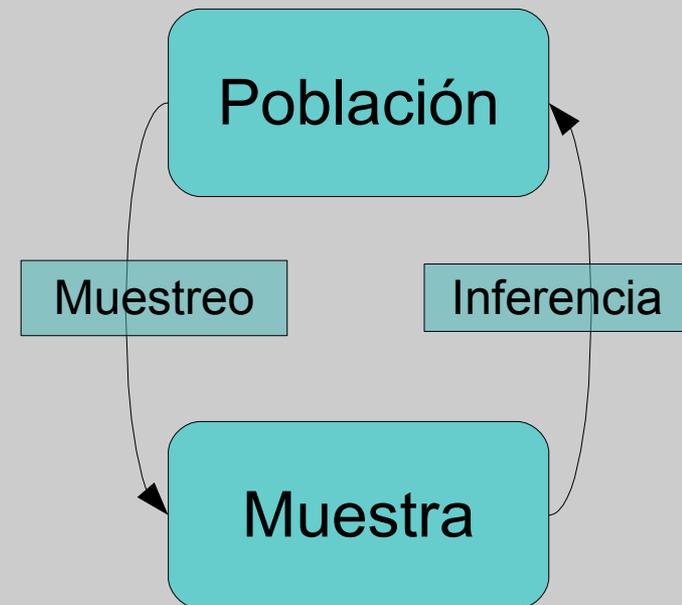
Justificación

- **Justificación histórica.**
- **Justificación práctica: relación con la vida real.**
- **Marco legal.**

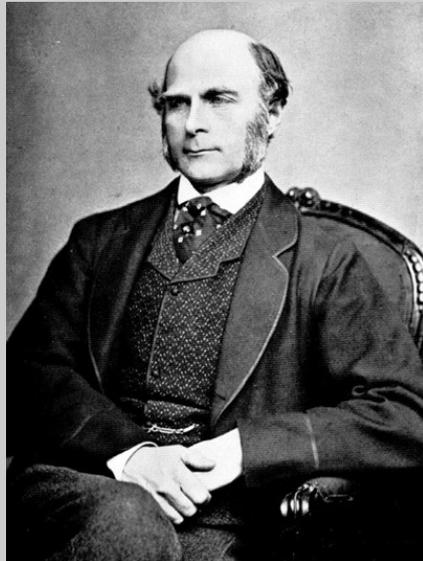
Justificación histórica

La Estadística como disciplina o área de estudio, comprende tanto técnicas **descriptivas** como **inferenciales**. Por un lado, encontramos la observación y tratamiento de datos numéricos y por otro, el empleo de los datos estadísticos con fines inferenciales. Es dentro de este último apartado en el que contextualizamos esta unidad didáctica.

Con frecuencia es imposible estudiar una característica de todos los miembros de una población dada, ya sea porque la población, tal como ha sido definida, tiene un número infinito de miembros, o porque es tanta que imposibilita un estudio exhaustivo. Puesto que raras veces se pueden estudiar exhaustivamente las poblaciones, debemos depender de las muestras como base para llegar a hipótesis concernientes a varias características de la población.



A finales del siglo XIX **Edgeworth, Galton, Pearson, Fisher** y sus colaboradores **inician** el estudio de métodos de inferencia basados en la elección de muestras aleatorias de datos. Pearson fue uno de los pioneros en establecer un puente entre la estadística descriptiva y la probabilidad. Usó los resúmenes de los datos estadísticos, como la media, la varianza y el coeficiente de correlación, para extraer inferencias acerca de las distribuciones básicas, y creó el test de Chi cuadrado de adherencia de ajuste. Los trabajos de Fisher entre 1920 y 1930 aportan una gran cantidad de ideas nuevas, sobre pequeñas muestras, inspirando la teoría de los test de hipótesis. Así mismo creó los cimientos del diseño de experimentos y análisis de la varianza.



Justificación práctica:

- Anumerismo. La Estadística para convertirte en un ciudadano crítico.
- La Estadística como futuro profesional. ¿En qué áreas se aplica la Metodología Estadística?

Justificación práctica:

La Estadística para convertirte en un ciudadano crítico.



La Estadística para convertirte en un ciudadano crítico.

La incapacidad para comprender los datos, estadísticas y números que nos rodean a diario, nos hacen susceptibles de ser fácilmente engañados al tener que "creer" cualquier dato o estadística de las que aparecen a diario en los periódicos, por no disponer de la formación mínima necesaria para comprobar si es cierto o no.

Se debe tener una **actitud crítica** hacia cualquier escrito que leamos y hacer un análisis cuidadoso que nos indique si el contenido y la interpretación son correctas o si se ha hecho un mal uso de la Estadística.



Más por Menos

No encontrarás otro Metro en el mundo, que te ofrezca **tanto por tan poco**.

MetroMadrid Sencillo
1 Viaje
VÁLIDO EN METROCARD
Situación según tarifas: Madrid (CA, y S.O.)
C.I.F. 0-780000-2 (Consultar hasta la salida)

COMPARATIVA con otros Metros del Mundo (Precios equivalentes a la zona A de Metro de Madrid)

 MADRID	SENGLLO: 1,50 €	 BERLÍN	SENGLLO: 2,30 €
 PARÍS	SENGLLO: 1,70 €	 ÁMSTERDAM	SENGLLO: 2,60 €
 NEW YORK	SENGLLO: 1,83 €	 OSLO	SENGLLO: 3,61 €
 ESTOCOLMO	SENGLLO: 2,20 €	 LONDRES	SENGLLO: 4,64 €

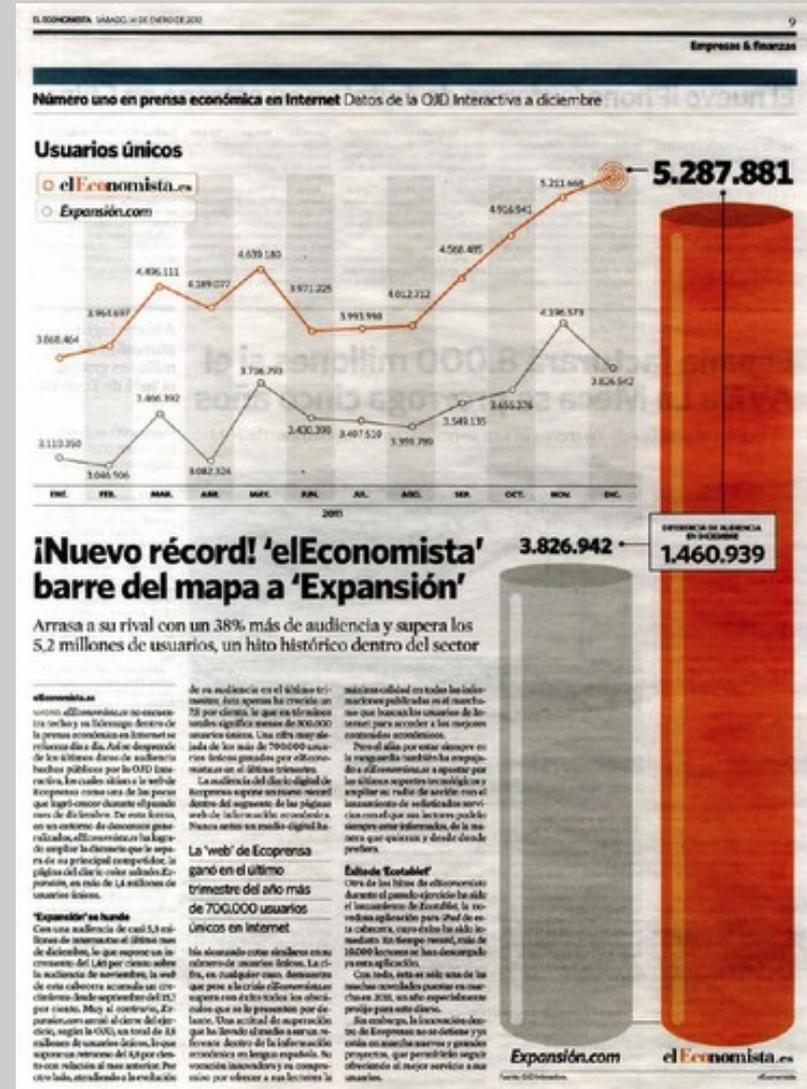
Precios según la cotización de la moneda a 11/11/11

Metro de Madrid. El mejor Metro del mundo. Utilízalo. 

La Estadística para convertirte en un ciudadano crítico.

Para un análisis crítico de la información contenido en cualquier escrito debemos contestarnos, por ejemplo, a preguntas del siguiente tipo:

- 1) ¿Es la muestra representativa de la población en estudio?
- 2) ¿Qué se está midiendo y cómo?
- 3) ¿Qué se está probando y cómo?
- 4) ¿Se está hablando siempre de lo mismo?
- 5) ¿Tiene sentido la información?
- 6) ¿Qué información falta?
- 7) ¿Quién lo dice?
- 8) ¿Es correcta la representación gráfica que nos muestra la información?



La Estadística como futuro profesional. ¿En qué áreas se aplica la Metodología Estadística?

La Metodología Estadística se emplea en numerosos campos ya que esta disciplina, ayuda a diseñar el esquema de búsqueda, registrar la información para describirla, analizarla con facilidad y mediante estimaciones, obtener conclusiones que enriquecen el conocimiento de la realidad.

Día a día gana terreno en su aplicación en toda actividad humana por simple que ésta sea. Así, la persona que comprenda los conceptos estadísticos y su metodología obtendrá mejor provecho de ellos. Su trabajo tal vez no necesite conocer la estadística sino aquello que lo faculte para saber cuándo se requieren los servicios de un experto y para poder comunicarse eficazmente con él.

Algunos ejemplos del uso de la estadística son:

1) Las **agencias gubernamentales**, mediante la ayuda de la estadística, confeccionan los planes de desarrollo de la economía nacional, se supervisa el control de su cumplimiento y se determinan las necesidades de recursos por territorios, así como las reservas con que cuenta la economía a cualquier nivel.

2) La estadística aplicada en la **Ingeniería Industrial** es usada para entender la variabilidad de sistemas de medición, control de procesos (como en control estadístico de procesos o SPC (CEP)), para compilar datos y para tomar decisiones, así como aquellos aspectos que se relacionan con el control de calidad de producción de bienes y suministro de servicios.

3) En la **Sociología** se aplica para comparar el comportamiento de grupos socioeconómicos y culturales y en el estudio de su comportamiento.

4) En el **campo económico** su uso es fundamental para informar del desarrollo económico de una empresa o de un país que da a conocer los índices económicos relativos a la producción, a la mano de obra, índices de precios para el consumidor, las fluctuaciones del mercado bursátil, las tasas de interés, el índice de inflación, el coste de la vida, etcétera.

Todos estos aspectos no solamente describen el estado actual de la economía sino que trazan y predicen el camino de las futuras tendencias. Asimismo sirve a los encargados de las agencias, para tomar decisiones acertadas en sus operaciones.

5) En el **campo demográfico** la Estadística se aplica en los registros de los hechos de la vida diaria, tales como nacimientos, defunciones, matrimonios, divorcios, etcétera.

En materia de población los datos aportan una buena ayuda para fijar la política de estímulos al control de la natalidad, dirigir la inmigración o emigración, etc.

6) **Agricultura.** Se emplea en actividades como experimentos sobre la reproducción de plantas y animales entre otras cosas. También se usa la Estadística para determinar los efectos de clases de semillas, insecticidas y fertilizantes en el campo.

7) **Biología.** Se emplean métodos estadísticos para estudiar las reacciones de las plantas y los animales ante diferentes períodos ambientales y para investigar la herencia. Por ejemplo, se necesitó el empleo de la Estadística para la verificación de las hipótesis formuladas por Mendel y sus continuadores.

8) **Medicina.** Los resultados que se obtienen sobre efectividad de fármacos se analizan por medio de métodos estadísticos. Los médicos investigadores se ayudan del análisis estadístico para evaluar la efectividad de tratamientos aplicados. La Estadística también se aplica en el establecimiento y evaluación de los procedimientos de medida o clasificación de individuos con el propósito de establecer la especificidad y sensibilidad a las enfermedades.

9) **Salud.** Los técnicos de la salud la utilizan para planear la localización y el tamaño de los hospitales y de otras dependencias de salud. También se aplica en la investigación sobre las características de los habitantes de una localidad, sobre el diagnóstico y la posible fuente de un caso de enfermedad transmisible, sobre la proporción de personas enfermas en un momento determinado, de ciertos padecimientos de una localidad, sobre la proporción de enfermos en dos grupos, uno vacunado contra el padecimiento y el otro no. También se aplica en cualquier otro tipo de investigación similar a éste.

10) **Psicología.** En esta disciplina la Estadística juega un papel importante porque permite abstraer y elaborar categorías conceptuales a partir de los datos, las cuales permiten describir, predecir y/o explicar la conducta humana.

11) En los **negocios**, la Estadística puede ser de ayuda a la hora de predecir los volúmenes de venta, medir las reacciones de los consumidores ante los nuevos productos, etcétera.

12) **Física.** La Física Estadística o Mecánica Estadística es una rama de la física que mediante técnicas estadísticas, es capaz de deducir el comportamiento de los sistemas físicos macroscópicos a partir de ciertas hipótesis sobre los elementos o partículas que conforman dichos sistemas.

Marco legal

- **REAL DECRETO 1467/2007**, del 2 de Noviembre, por el que se establece la estructura del bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas.
- **DECRETO 416/2008** del 22 de Julio, por el que se establece la ordenación y las enseñanzas correspondientes al bachillerato en Andalucía.
- **ORDEN** del 5 de Agosto de 2008, por la que se desarrolla el currículo correspondiente al bachillerato en Andalucía.

Objetivos

- **Objetivos conceptuales.**
- **Objetivos procedimentales.**
- **Objetivos actitudinales.**

Objetivos conceptuales

- Conocer la Ley de los Grandes Números.
- Diferenciar los conceptos de población y muestra.
- Conocer el Teorema Central del Límite y sus principales aplicaciones.

Objetivos procedimentales

- Aplicar el modelo Normal o Binomial a situaciones que lo requieran.
- Determinar cuándo un modelo Binomial se puede aproximar a uno Normal.
- Estimar puntualmente un parámetro poblacional a partir de muestras.
- Obtener intervalos de confianza en casos sencillos para un nivel de confianza dado e interpretar los resultados.
- Adecuar el tamaño de una muestra para obtener un intervalo de confianza determinado.

Objetivos actitudinales

- Entender la necesidad del uso de muestras y la importancia de que éstas sean representativas.
- Saber aplicar la corrección por continuidad en las probabilidades que lo requieran.

Contenidos

- **Conceptos**
- **Procedimientos**
- **Actitudes**

Conceptos

- Aproximación de la Binomial a la Normal.
- Teorema Central del Límite.
- Estimación por intervalos de confianza.
- Tamaño de las muestras.
- Ley de los Grandes Números.

Procedimientos

- Utilización del modelo Binomial y Normal en el cálculo de probabilidades.
- Resolución de problemas asociados a LGN y TCL
- Resolución de situaciones en las que se precise la aproximación de una Binomial a una Normal.
- Reconocimiento de los conceptos de población y muestra y de las limitaciones del muestreo y determinación de la validez de una muestra.

Procedimientos

- Conocimiento de la distribución de las medias muestrales y cálculo de las distintas probabilidades para los valores de esa media muestral.
- Determinación de intervalos de confianza para la media muestral, conocida la desviación típica poblacional.
- Obtención de intervalos de confianza para la media, utilizando su distribución.
- Obtención de tamaños muestrales para un nivel de confianza dado según los tipos de población.

Actitudes

- Reconocimiento y valoración del lenguaje verbal, gráfico y simbólico para representar y resolver problemas de distintos ámbitos.
- Valoración de la calculadora y del ordenador como herramienta que mejora y simplifica tareas en la resolución de problemas.
- Actitud positiva y crítica ante las correcciones y las soluciones distintas de las propias.
- Reconocimiento y valoración del lenguaje gráfico y estadístico para representar y resolver problemas de distintos ámbitos.

Actitudes

- Sensibilidad y gusto por la precisión, el orden, la claridad y el tratamiento de la información estadística.
- Reconocimiento y valoración de la probabilidad para interpretar, predecir y describir situaciones de la vida real y del ámbito de las ciencias sociales.
- Valoración crítica de las informaciones estadísticas en los medios de comunicación.

Contenidos previos

- Frecuencias relativas y absolutas.
- Distribuciones de probabilidad de variable discreta y continua.
- Distribución Binomial.
- Distribución Normal. Tipificación de la Normal.
- Cálculo de probabilidades, de la esperanza y la varianza de una distribución Binomial.
- Cálculo de probabilidades de variables Normales y Binomiales usando la tabla de la $N(0,1)$ y la tipificación de las variables.

Metodología

En el proceso de enseñanza y aprendizaje debemos partir del conocimiento previo del alumnado acerca de la unidad. Para ello, en la primera sesión se realizará un test de diagnóstico.

En cada sesión se comenzará recordando aquellos conceptos y procedimientos que se consideren necesarios para la correcta comprensión de los contenidos posteriores. A continuación, se tratará de exponer, en medida de lo posible, algún ejemplo o situación cotidiana que sirva para introducir un concepto o procedimiento nuevo. Posteriormente, el profesor realizará algunas actividades con la finalidad de afianzar los nuevos conocimientos y mandará actividades para casa, las cuáles se corregirán al final de la siguiente sesión.

Consideramos que los alumnos están más receptivos al comienzo de clase para aprender algún concepto nuevo, ya que supone un mayor esfuerzo que prestar atención a la corrección de actividades sobre contenidos ya conocidos.

Metodología

En el caso de que haya algún resultado teórico que el profesor considere muy importante, se dedicará una sesión exclusivamente a la realización de actividades por parejas elegidas aleatoriamente. Al final de la sesión, dichas actividades serán corregidas por el profesor en la pizarra.

Aunque se tratará la atención a la diversidad en todas las sesiones, será en la penúltima sesión en la que se hará mayor hincapié. Se propondrán actividades de refuerzo para aquellos alumnos en los que se detecte algún déficit en la comprensión de los contenidos básicos estudiados, y actividades de ampliación para los alumnos más aventajados.

En la última sesión de la unidad se realizará una prueba o examen. La resolución de dicho examen se pondrá a disposición del alumnado mediante correo electrónico.

Secuenciación de sesiones

1ª Sesión

Se comenzará la clase con un breve prueba de diagnóstico. Haremos un breve repaso de la frecuencia relativa y absoluta, conceptos ya desarrollados ampliamente en unidades anteriores, que resultarán útiles para el resto del desarrollo de la clase. Para fomentar el aprendizaje por descubrimiento, se realizará un experimento. A partir de ahí, se enunciará la Ley de los Grandes Números. Después se realizará una actividad a modo de ejemplo, la n°1 del boletín de actividades, y se dejará como actividad propuesta la n°2, de carácter similar, para realizar en casa. En el caso de que sobre algo de tiempo se mostrará por excel un experimento para observar la Ley de los Grandes Números, algo más complejo que el anterior.

Secuenciación de sesiones

2ª Sesión

Se comenzará la sesión con el recordatorio de las distribuciones de Bernoulli, Binomial y Normal junto con los conceptos de tipificación y uso de la tabla de dicha Normal, en función de los resultados obtenidos en el test de diagnóstico. Con el objetivo de introducir la teoría de la Aproximación de la Binomial por la Normal, se mostrarán en excel una serie de gráficas para una distribución Binomial con distintos valores de n (número de ensayos), para que se pueda observar cómo dichas gráficas se van pareciendo cada vez más a la curva de una Normal. También se realizará lo mismo con otra Binomial que tenga un valor distinto de p (probabilidad de éxito) para comparar los resultados. Para finalizar, se enunciará formalmente el resultado teórico.

Secuenciación de sesiones

3º Sesión

Esta sesión la dedicaremos prácticamente a la resolución en clase de problemas. Haremos un breve repaso de la Aproximación de la Binomial por la Normal y se explicará el apartado "Corrección por continuidad". Se resolverán las actividades 3 y 4 a modo de ejemplo. Dedicaremos parte de la clase a trabajar en parejas, resolviendo en unos veinte minutos las actividades 7 y 8, y pasado este tiempo, se corregirán en la pizarra. Se propondrán las actividades 6 y 9 para trabajar en casa.

Secuenciación de sesiones

4º Sesión

Dividiremos esta sesión en dos partes de veinte y cuarenta minutos respectivamente. En la primera parte se corregirán las actividades propuestas de la sesión anterior y se dedicará tiempo a la corrección de alguna otra actividad de la clase anterior si en algún caso, o bien no se hubiese contado con el tiempo suficiente para dicha corrección, o hubiesen surgido dudas. La segunda parte, se dedicará a la realización en parejas de las actividades 10 y 11 y su correspondiente corrección en la pizarra.

Secuenciación de sesiones

5º Sesión

Esta sesión se dedicará a la explicación del Teorema Central del Límite y a sus principales consecuencias y aplicaciones. Se realizará en clase la actividad 14 y dejaremos propuesta las actividades 17 y 18 para trabajar en casa.

Secuenciación de sesiones

6º Sesión

Se comenzará la sesión con la explicación del apartado "Intervalos de Confianza" y se realizará, a modo de ejemplo, la actividad 13. Seguiremos con la resolución de las actividades propuestas en la sesión anterior. Dedicaremos la parte final de la clase a la resolución de las actividades 15 y 20 en parejas, aunque se dejará su corrección para la siguiente sesión. Para trabajar en casa dejaremos propuesta la actividad 16.

Secuenciación de sesiones

7º Sesión

Aunque se trabajará la atención a la diversidad en todas las sesiones, será en esta última en la que trabajaremos este aspecto con mayor dedicación. Comenzaremos con la corrección de las actividades 15, 20 y 16 de la sesión anterior y posteriormente dedicaremos el resto de la clase a la resolución de actividades de repaso, refuerzo y ampliación según las necesidades del alumnado.

Teoría.

Relación de actividades.

Secuenciación de sesiones

8º Sesión

Esta sesión se dedicará a la realización del examen de evaluación de los contenidos aprendidos a lo largo de la unidad.

Sesión	Actividades para trabajar en clase.	Actividades corregidas en clase.	Actividades propuestas para casa
1	1	1	2
2	-	-	-
3	3, 4, 7, 8	3, 4, 7, 8	6,9
4	10,11	6, 9, 10, 11	-
5	14	14	17,18
6	13, 15 , 20	13, 17,18	16
7	Actividades de refuerzo o ampliación según necesidad.	15, 16, 20	-
8	-	-	-

Clima de clase

Para evitar distracciones o comportamientos disruptivos y prestar mayor atención, los alumnos, se distribuirán de forma individual durante las clases teóricas. En cambio, durante las clases prácticas, les pediremos que se distribuyan por parejas con la finalidad de fomentar el trabajo colectivo y las buenas relaciones entre compañeros.

Ya que ésto es importante de cara a su futuro laboral. Las parejas se formarán aleatoriamente, intentando que haya un cambio en los componentes de los grupos de trabajo en cada unidad. De esta forma, todo el alumnado aprenderá a trabajar con cualquier persona, independientemente de las aptitudes que posea. Ahora bien, se harán los cambios que se consideren necesarios para un mejor funcionamiento de la clase.

Se buscará la participación del alumnado en clase y se fomentará el estudio diario en casa.

Atención a la diversidad

- **Actividades de refuerzo**
- **Actividades de ampliación**
- **Tratamiento de las minusvalías**
- **Tratamiento del desconocimiento del idioma**

Atención a la diversidad

Tratamiento de las minusvalías

Facilitaremos que cada alumno pueda conseguir sus objetivos (aunque difieran de los del grupo) participando en la dinámica general del aula. Por un lado, crearemos condiciones idóneas que hagan posible el desarrollo de diferentes programas en el aula, incluidos aquellos que precisan los alumnos con necesidades educativas especiales; por otro, estaría el hecho de garantizar que los sujetos que requieren una adaptación del currículo, no sean ajenas al grupo de aprendizaje sino parte esencial del mismo, de manera que participen activamente en las actividades comunes para todo el grupo y en su dinámica general, en la medida de sus posibilidades.

Atención a la diversidad

Para la atención educativa de este alumnado, los institutos disponen de profesorado especializado en Educación Especial. Aún así, hay medidas que podrían tenerse en cuenta en el aula y mejorarían la integración de estos alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por ejemplo, si en el aula hay alumnos con hipoacusia o algún déficit de visibilidad, podrían sentarse cerca del profesor y éste utilizaría distintos canales para transmitir la información (oral, escrito, visual y gestual), comprobando la comprensión de aquello que se ha dicho. Se motivará al resto del alumnado para que en la medida que les sea posible sean solidarios y ayuden a sus compañeros.

Atención a la diversidad

Tratamiento del desconocimiento del idioma

En el caso de que en el aula tengamos alumnos que encuentren dificultades con el idioma se les facilitará tanto el boletín de actividades como los resultados teóricos en un idioma que manejen con mayor soltura. Además, se intentará trabajar de forma coordinada con los departamentos de idiomas.

Evaluación

- **Criterios de evaluación**
- **Examen de evaluación**
- **Examen de recuperación**
- **Evaluación de la unidad**

Evaluación

Criterios de evaluación

En la evaluación se tendrá en cuenta: con un máximo de tres puntos se evaluará la entrega de actividades y un examen de evaluación que se valorará sobre siete puntos. Se aprobará si se obtiene un mínimo de cinco puntos sumando las dos notas, siempre y cuando el alumno obtenga en el examen al menos tres puntos sobre siete.

Tanto en las actividades como en el examen se tendrán en cuenta los siguientes criterios de evaluación: la resolución correcta de las actividades, el procedimiento de resolución, la presentación y la claridad de escritura.

Evaluación

Los alumnos que no hayan superado esta parte de la asignatura podrán hacer una prueba de recuperación que se realizará al final del trimestre, que se evaluará sobre diez puntos. El alumno tendrá la oportunidad de entregar las actividades correspondientes a esta parte de la asignatura. Estas actividades contarán positivamente de manera que se le sumará como máximo un punto a la nota obtenida en el examen, siempre y cuando no superen los diez puntos.

Aunque no se refleje en la evaluación se tendrán en cuenta el comportamiento, la actitud del alumno y la participación en clase. Además se valorará el trato y cuidado de los materiales.

Evaluación

Evaluación de la unidad

- ¿Se han utilizado adecuadamente los recursos?
- ¿Los alumnos han obtenido buenos resultados? (En media)
- ¿Nos ha faltado o sobrado tiempo? ¿Por qué?
- ¿Los alumnos han alcanzado los objetivos propuestos?
- ¿Se ha utilizado un nivel adecuado?
- ¿Qué podríamos mejorar?

En relación a la última cuestión y dependiendo de las respuestas obtenidas, se podrían realizar unas *propuestas de mejora* para llevar acabo en el siguiente curso.

Recursos

Materiales:

- Pizarra, tiza y borrador.
- Pizarra digital.
- Libreta, lápiz y bolígrafo.
- Libro de texto.
- Ordenador.
- Calculadora con prestaciones estadísticas.

Espaciales:

- Aula tradicional.
- Aula TIC.

Recursos

Tecnológicos:

- Ordenador.
- Páginas web.
- Pizarra digital.
- Software estadístico: SPSS, excel, etc.

Curriculares:

- Real decreto 1467/2007.
- Decreto 416/2008.
- Orden de 5 de Agosto de 2008.

Curiosidades: Al principio de la unidad a los alumnos se les facilitará una lista de páginas web de interés relacionadas con el tema, de manera que ellos puedan encontrar curiosidades, conexiones con la realidad y actividades de distinto nivel relacionados con el tema, entre ellas:

<http://inexdomat.blogspot.com>

www.i-matematicas.com

www.matematicas.net

www.matematicasies.com

Bibliografía

1. Rafael Sánchez Porcel, Estadística, Granada, 2005.
2. Jose Ramón Vizmanos Buelta, Máximo Anzola González, Matemáticas I Ciencias y Tecnología, Ed. SM.
3. Jose Ramón Vizmanos, Joaquín Hernández Buelta, Fernando Alcaide, Matemáticas I Ciencias y Tecnología, Ed. SM.
4. J. Colera, M. J. Oliveira, Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales II, Ed. Anaya.
5. Hugo García Mancilla y Juan Matus Parra, Estadística Descriptiva e Inferencial, Colegio de Bachilleres.
6. Carmen Batanero, Didáctica de la Estadística, Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Universidad de Granada, 2001.
7. <http://es.wikipedia.org/wiki/Wikipedia:Portada>
8. <http://www.youtube.com/>