

Ficha de Geogebra.

El siguiente documento es una introducción a Geogebra y su uso en el tema de *Estudio y representación de funciones*.

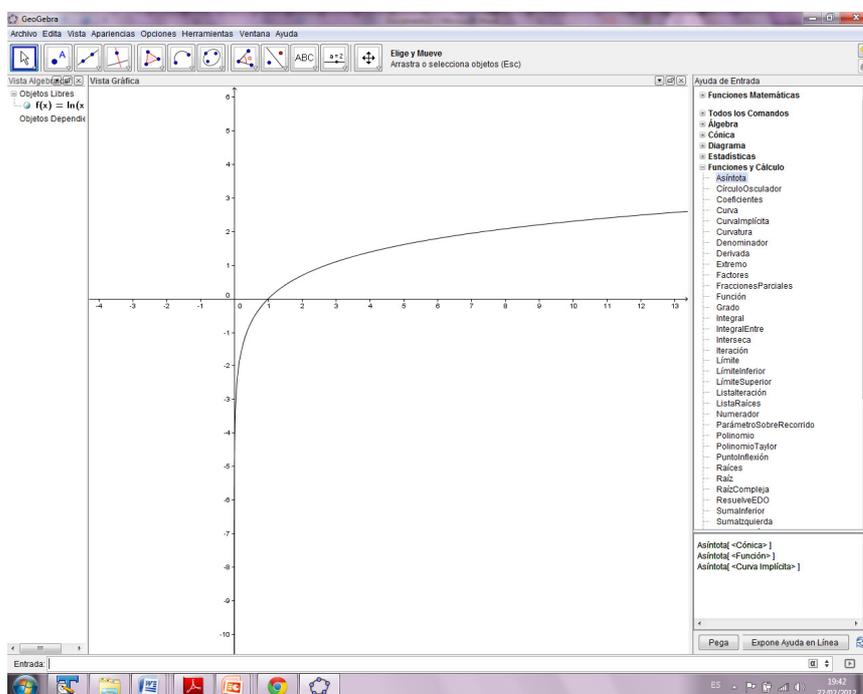
Objetivos:

1. Saber definir una función con Geogebra.
2. Saber definir una función a trozos.
3. Saber utilizar deslizadores para mover parámetros de las funciones.

El proyecto que se propone a los alumnos trata del estudio en cada grupo de cierto tipo de funciones.

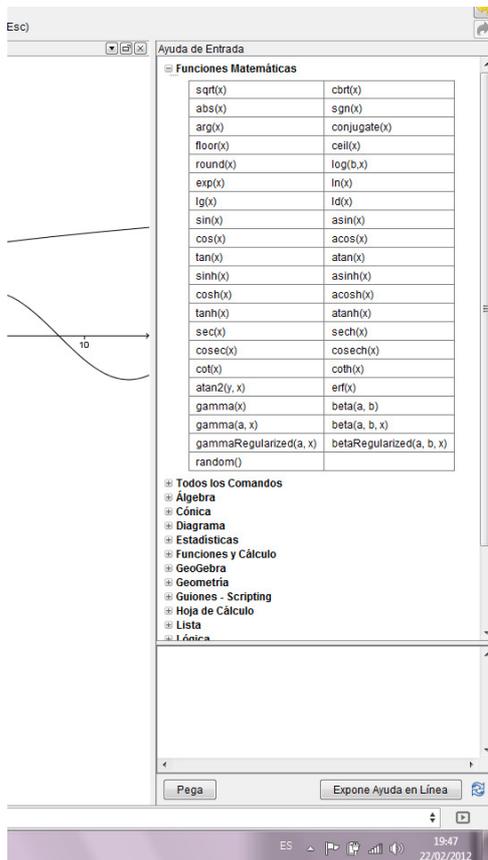
- ¿Cómo se define una función?:

Escribir en la casilla de “Entrada” de Geogebra $f(x)=...$, o simplemente la función, por ejemplo “ x^3 ”, y Geogebra le dará un nombre automáticamente.



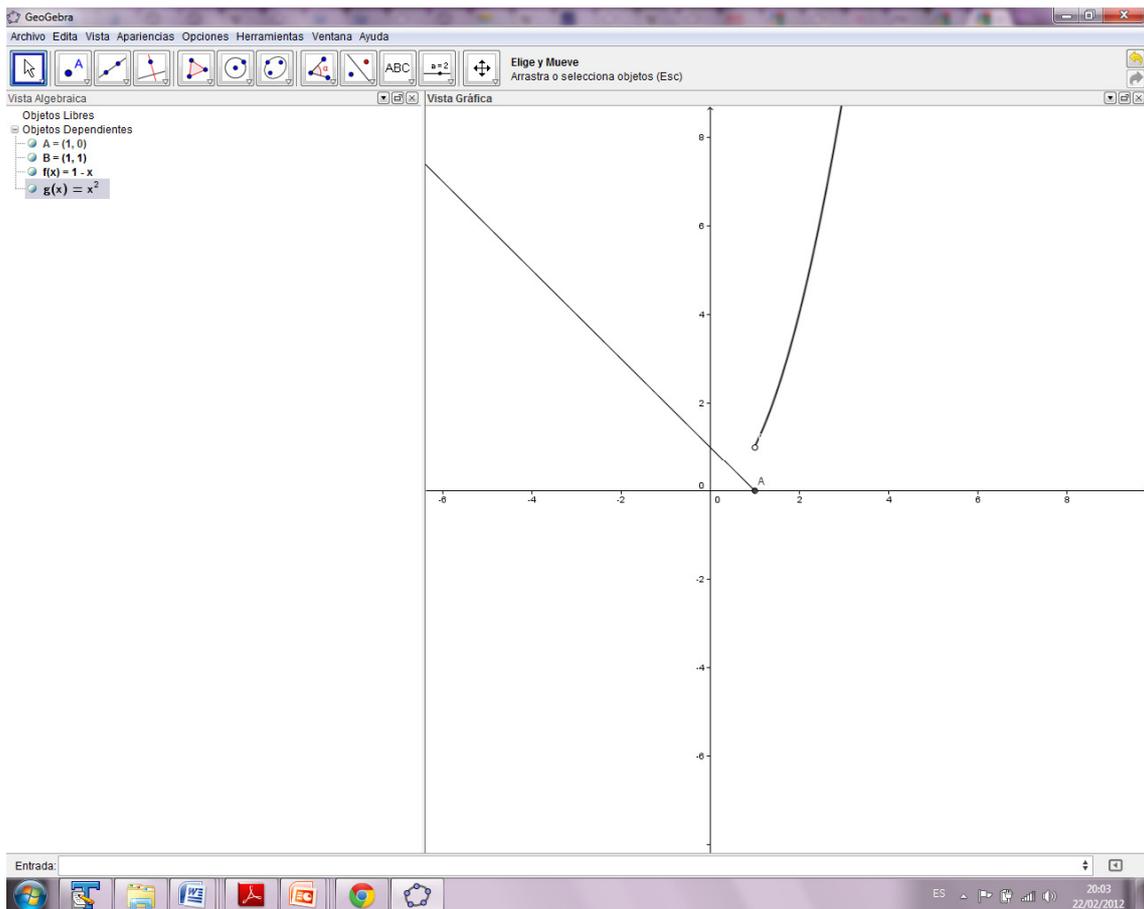
Vemos que la función dibujada aparece en la ventana de vista algebraica como un objeto libre, eso quiere decir que podemos moverla con el ratón a nuestro antojo con la herramienta “Elije y mueve”, la definición de la función cambiará en la vista algebraica conforme la movemos.

La nombres de las funciones matemáticas (coseno, seno, logaritmo...) vienen detalladas en la ventana de “Ayuda a la entrada”, ventana que se abre pulsando en la flecha de la esquina inferior derecha.



- Para definir una función a trozos, podemos hacerlo mediante el comando *Función*[<Función>, <Valor de x Inicial>, <Valor de x Final>],

Se pueden dibujar un par de puntos en el punto de discontinuidad entre las funciones, coloreándolo negro y blanco.

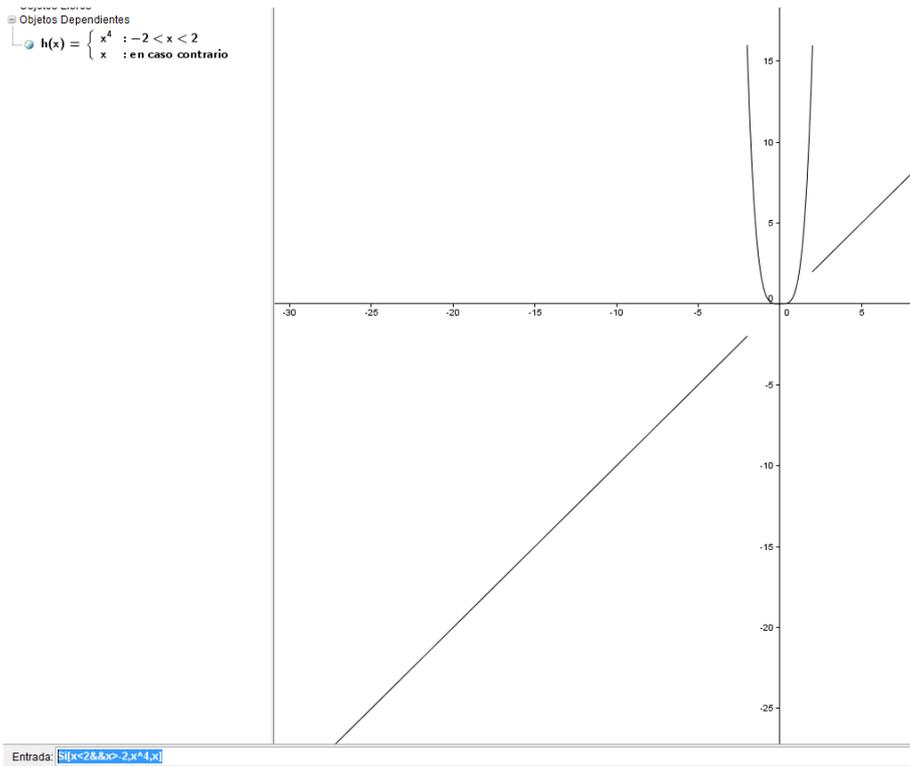


Otra forma es definir las funciones a trozos es con condicionales:

Si[<Condición>, <Entonces>]

Como se pueden usar operadores lógicos AND, OR, este sería un ejemplo

Si[$x < 2 \& \& x > -2, x^4, x$], donde && es el operador lógico AND.



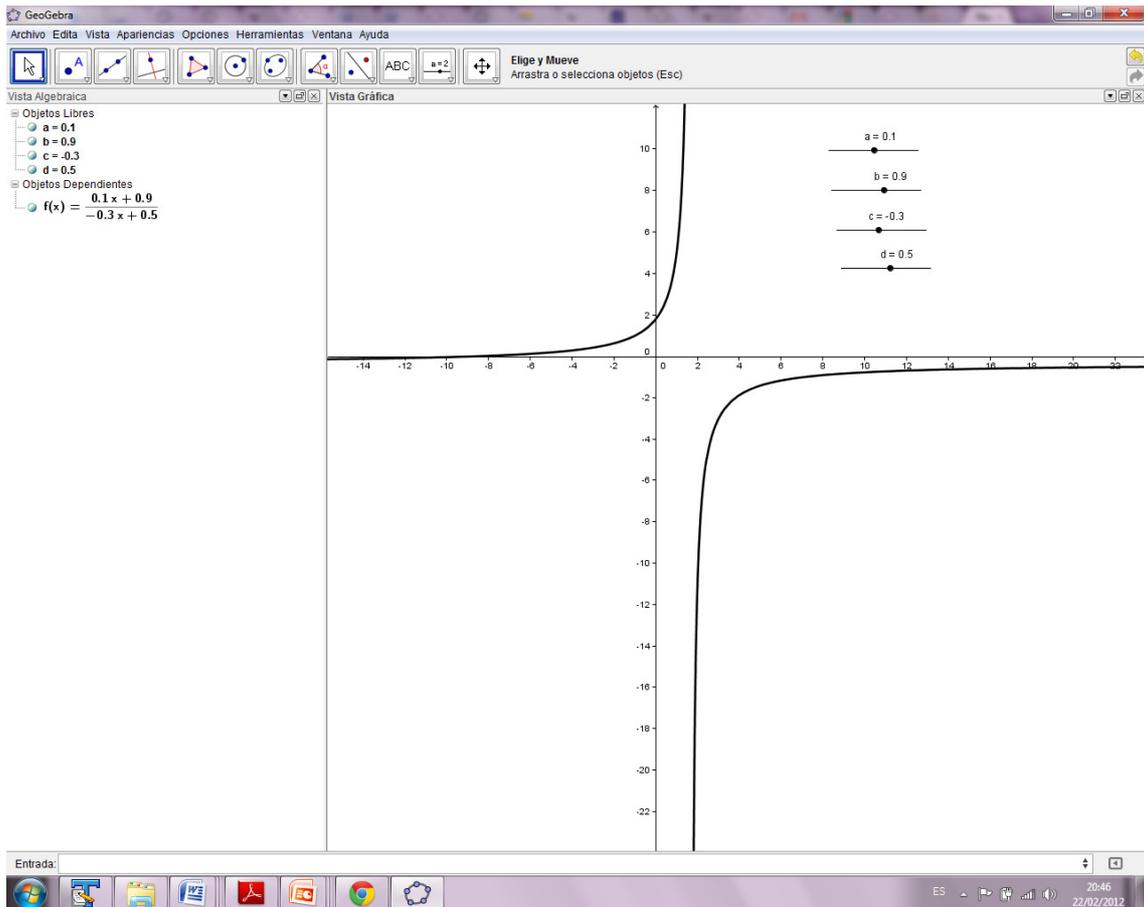
- Por último vamos a explicar cómo usar **deslizadores** para jugar con parámetros de una función.



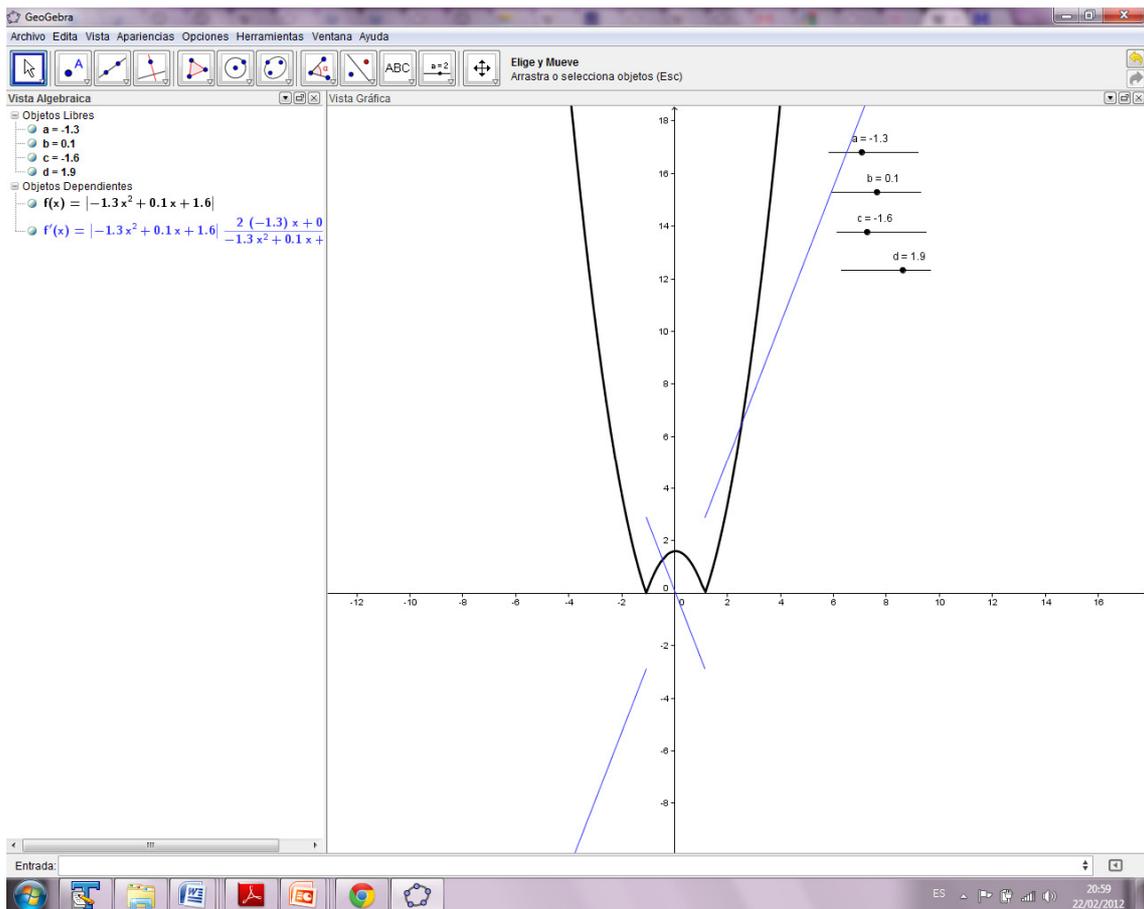
Debemos pulsar en el botón deslizador,  agregar el número de parámetros que deseemos. Podemos modificar el intervalo de cada uno de ellos.

Después definimos una función que contenga los nombres de los deslizadores (a,b,c...) en su definición, ejemplo: $f(x) = (a \cdot x + b) / (c \cdot x + d)$

Con solo mover los deslizadores del ratón veremos rápidamente como varía el aspecto de la función.



GeoGebra puede representar derivadas de funciones, si hemos definido una función $f(x)$ basta con escribir $f'(x)$, $f''(x)$ para que aparezcan representadas las derivadas enésimas. Si la función original $f(x)$ depende de parámetros, sus derivadas también lo harán. Podemos cambiar los colores de las funciones para facilitar su identificación.



- **PROYECTO POR GRUPOS:**

Los alumnos deberán formar cinco grupos y repartirse los tipos de funciones a estudiar:

Funciones polinómicas, racionales, irracionales, exponenciales, logarítmicas.

Cada grupo debe representar con Geogebra varias funciones distintas dentro de tipo que le correspondan.

Estudiar las funciones, y si hay asíntotas hallarlas a mano y representarlas con Geogebra junto con la función, pintar los puntos de corte con los ejes.

Con ayuda de la función $f'(x)$ y sus raíces, representar los puntos críticos con derivada nula. Posteriormente se pueden no mostrar los elementos auxiliares utilizados para la construcción.

Cada grupo debe comentar características de su tipo de función, su dominio, recorrido, simetrías, cortes con los ejes, intervalos de crecimiento, extremos relativos, asíntotas y curvatura. Deberán intentar poner de manifiesto con geogebra estas regiones.

Si se están tratando funciones polinómicas, extraer alguna relación entre el grado del polinomio y alguna característica de su gráfica.

Ejercicio de ejemplo para los trabajos en grupos:

Se quiere mostrar el uso de algunos recursos útiles para sacarle partido a Geogebra en su uso para el estudio de funciones.

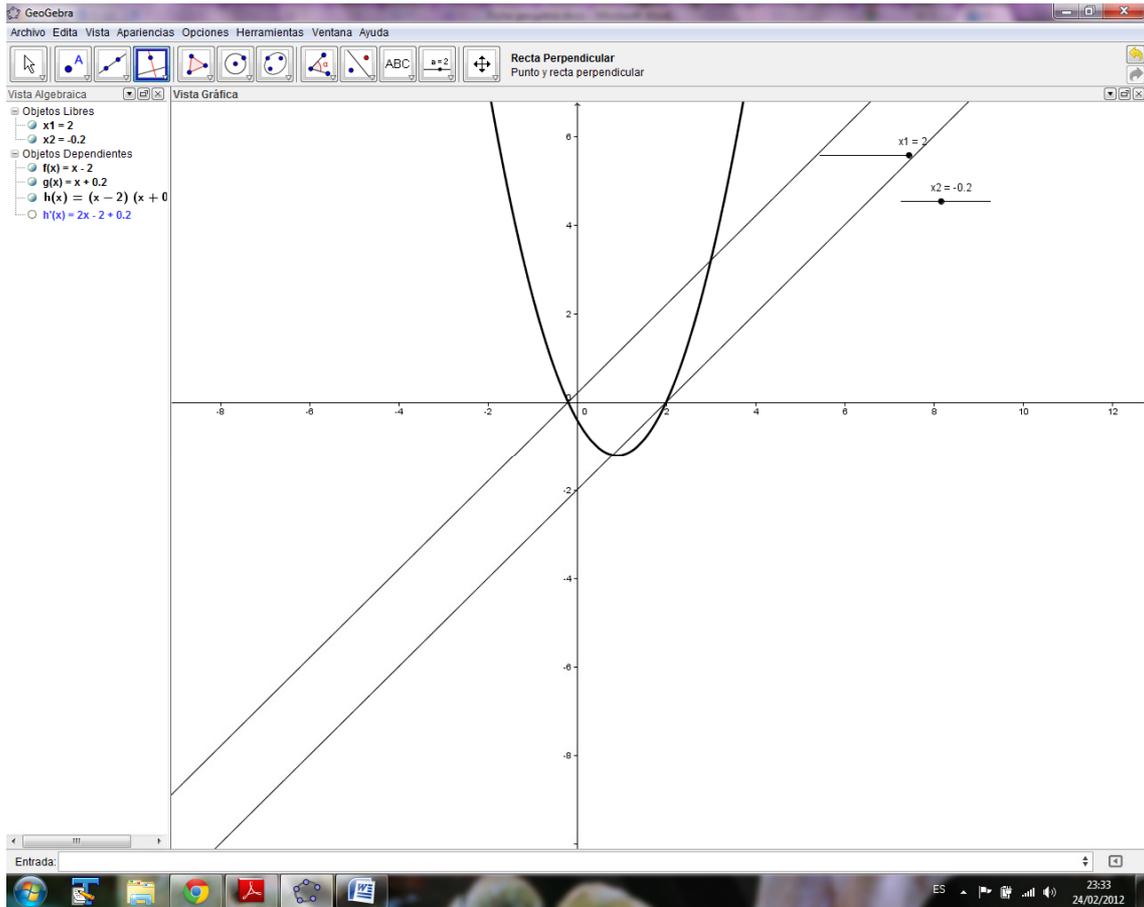
Los recursos son:

- Descomponer la función en otras más simples por composición de funciones o por suma o multiplicación de funciones.
- Representar la/s derivada/s de la función en la misma gráfica para así poder representar los puntos críticos. Ocultar las funciones que no aporten a la comprensión de la función.
- Uso de deslizadores, lugares geométricos, activar/desactivar rastro.
- Uso de grosores de línea, colores para mejorar la comprensión visual.

Dada la ecuación de la parábola $f(x)=(x-1)*(x-2)$, deducir a mano la expresión general de $f'(x)$, y con su ayuda, sacar la expresión general del vértice de la parábola en función de a y b .

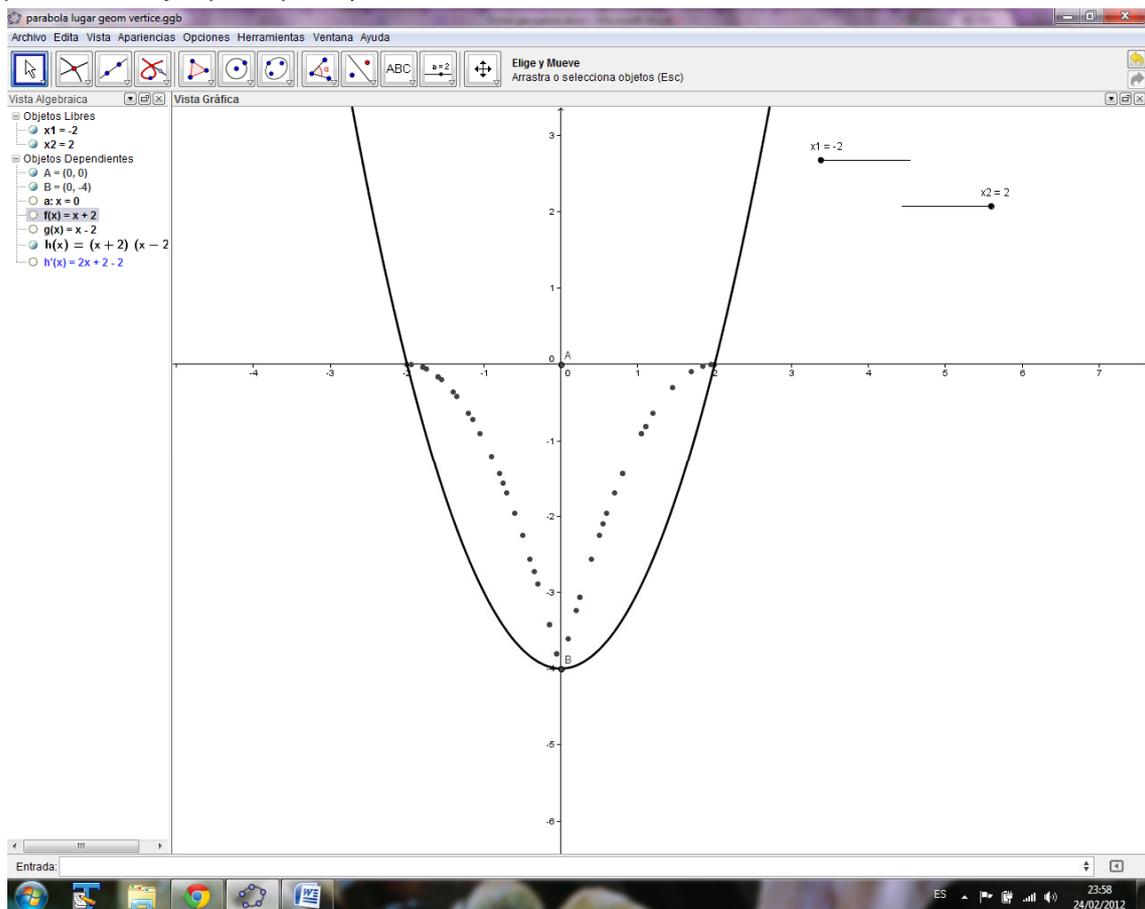
Con ayuda de Geogebra representar $f(x)$ de manera que podamos variar a y b con deslizadores.

Ahora podemos definir $f(x)=(x-x_1)*(x-x_2)=g(x)*h(x)$

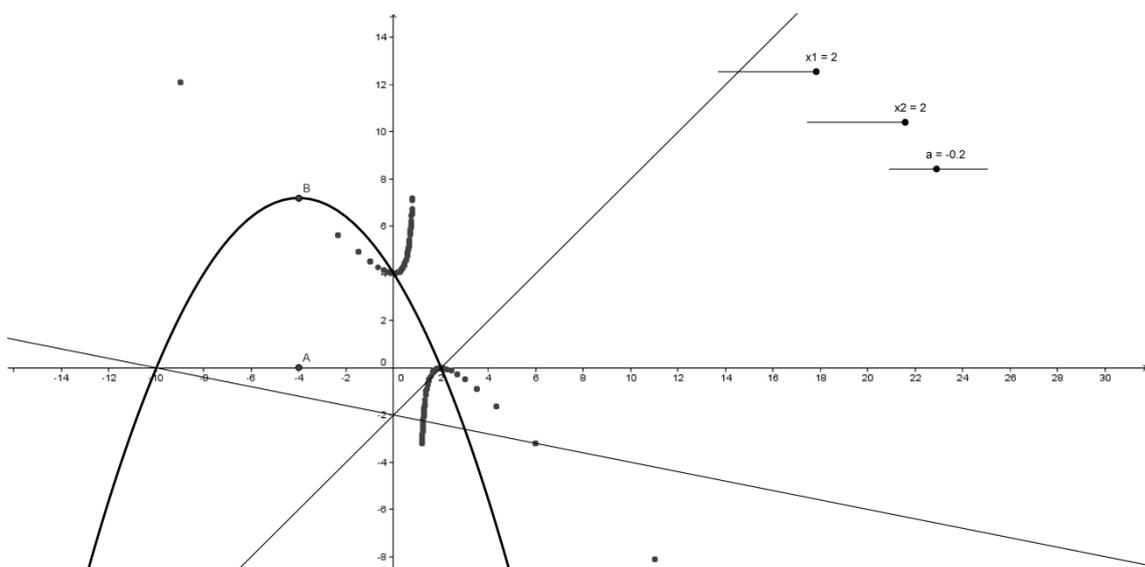


Observad la posición de las raíces de las tres funciones.

Representar el lugar geométrico de la posición del vértice de la parábola con uno de los parámetros fijos y ver qué aspecto tiene.



Podemos introducir también un tercer parámetro a , $f(x)=(ax-x_1)*(x-x_2)$ obtenemos otro tipo de parábolas, y el lugar geométrico de los vértices cambia.



[parabola_lugar_geom_vertice.html](#)