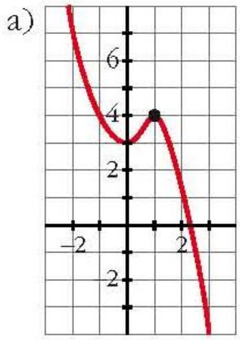
REPRESENTACIÓN DE FUNCIONES Y CONCEPTO DE CONTINUIDAD

Representamos gráficamente la siguiente función y decimos si es continua en $\mathbb{R}$ o presenta alguna discontinuidad.

$$\text{a) } y = \begin{cases} x^2 + 3 & x < 1 \\ 5 - x^2 & x \geq 1 \end{cases}$$



TEOREMA DE BOLZANO.

Demostrad que la ecuación x=cosx tiene solución.

CONCEPTO DE CRECIMIENTO/EXTREMOS/CURVATURA

La misma función anterior:

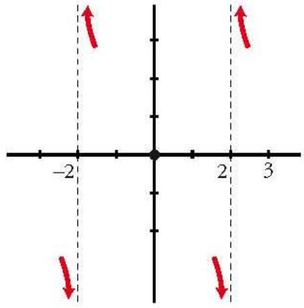
1. *¿Dónde es creciente? ¿y decreciente?*
2. *¿Qué forma tiene la curva y en qué intervalos? ¿Qué nombre se le da a esta curvatura?*
3. *¿Tiene máximos y mínimos? ¿De qué tipo son? ¿En qué puntos están?*

ASÍNTOTAS/LÍMITES

Calculamos los límites de la siguiente función en los puntos que se indican. Representamos gráficamente los resultados.

$$\text{a) } f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4} \text{ en } -2,\ 0 \text{ y } 2$$

a) $f(x) = \dfrac{x^3}{(x+2)(x-2)}$



$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to -2^-} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to -2^+} f(x) = +\infty \end{array}\right\} \text{No existe } \lim\limits_{x \to -2} f(x)$$

$$\lim_{x \to 0} f(x) = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = -\infty \\ \lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty \end{array}\right\} \text{No existe } \lim\limits_{x \to 2} f(x)$$

Calcula las asíntotas de la función:

b) $y = \dfrac{x^2 - 2x - 8}{x} = x - 2 - \dfrac{8}{x}$. *Dominio* $= \mathbb{R} - \{0\}$

- **Simetrías:**

$f(-x) = \dfrac{x^2 + 2x - 8}{-x}$. No es par ni impar: no es simétrica respecto al eje Y ni respecto al origen.

- **Asíntotas verticales:**

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0^-} f(x) = +\infty \\ \lim\limits_{x \to 0^+} f(x) = -\infty \end{array}\right\} \text{Asíntota vertical en } x = 0.$$

- **Asíntota oblicua:**

$\dfrac{x^2 - 2x - 8}{x} = x - 2 - \dfrac{8}{x} \rightarrow y = x - 2$ es asíntota oblicua.

Posición de la curva respecto a la asíntota:

$f(x) - (x - 2) > 0$ si $x \rightarrow -\infty$ (curva por encima)

$f(x) - (x - 2) < 0$ si $x \rightarrow +\infty$ (curva por debajo)

SIMETRÍAS/PERIODICIDAD

Halla las posibles simetrías y periodicidades de las siguientes funciones y di donde son continuas y donde derivables:

a) $y = 3x^4 - 5x^2 - 1$ **b)** $y = \sqrt{x^2 - 2x}$ **c)** $y = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$

d) $y = \dfrac{x^3 - 1}{x^2}$ **e)** $y = sen\ x + 1/2\ (sen\ 2x)$

a) $f(-x) = 3(-x)^4 - 5(-x)^2 - 1 = 3x^4 - 5x^2 - 1 = f(x)$

Es una función par: simétrica respecto al eje Y.

No es periódica.

Es continua y derivable en $\mathbb{R}$.

b) *Dominio* = $(-\infty, 0] \cup [2, +\infty)$

$f(-x) = \sqrt{x^2 - 2x}$. No es par ni impar; no es simétrica respecto al eje Y ni respecto al centro de coordenadas.

No es periódica.

Es continua en su dominio.

Es derivable en $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$.

c) *Dominio* = $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$

$f(-x) = \dfrac{-x^3}{x^2 - 1} = -f(x)$. Es impar: simétrica respecto al origen de coordenadas.

No es periódica.

Es continua y derivable en su dominio.

d) *Dominio* = $\mathbb{R} - \{0\}$

$f(-x) = \dfrac{-x^3 - 1}{x^2}$. No es par ni impar: no es simétrica respecto al eje Y ni respecto al origen de coordenadas.

No es periódica.

Es continua y derivable en su dominio.

e) *Dominio* = $\mathbb{R}$

$f(-x) = sen\ (-x) + \dfrac{1}{2}\left(sen\ (-2x)\right) = -sen\ x - \dfrac{1}{2}\left(sen\ (2x)\right) = -f(x)$

Es impar: simétrica respecto al origen de coordenadas.

Es periódica de periodo 2π.

Es continua y derivable en $\mathbb{R}$.