

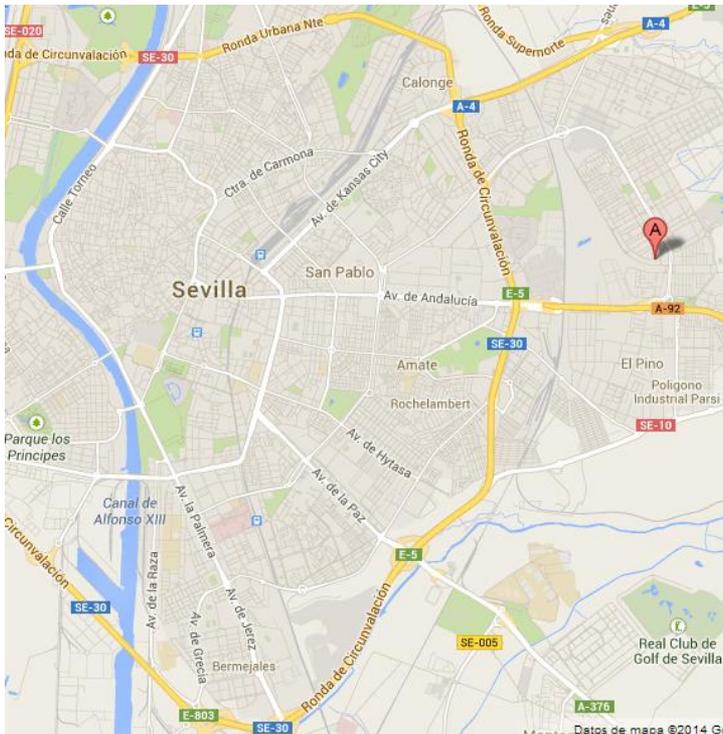
# UNIDAD DIDÁCTICA 2: PROBABILIDAD (1º ESO)

Aprendizaje y Enseñanza de las materias de Matemáticas (Bloque I)

IRENE ANGUAS MATÍAS - CÁNDIDA BELMONTE LERÍN  
LUCÍA ESCUDERO LÓPEZ - M. ROSARIO RODRÍGUEZ VALLEJO



## 1. CONTEXTUALIZACIÓN



### 1.1. LOCALIDAD:

El IES Ramón del Valle Inclán (1996) está situado en el barrio de Sevilla Este. Se trata de una zona de Sevilla cuyo tejido residencial ha crecido rápidamente y que carece de servicios terciarios. Por lo tanto los centros escolares están bastante masificados. Sin embargo, el nivel sociocultural de la zona es medio-alto.



## 1. CONTEXTUALIZACIÓN

### 1.2. CENTRO:

- BILINGÜE
  - OFERTA EDUCATIVA
- ESO
  - BACHILLERATO
  - FP INFORMÁTICA (GRADO MEDIO Y SUPERIOR)

### 1.3. DEPARTAMENTO:

- COMPUESTO POR
  - 3 LICENCIADOS EN MATEMÁTICAS
  - 1 LICENCIADO EN ESTADÍSTICA
  - 1 INGENIERO
  - 1 ARQUITECTO
- La heterogeneidad del Departamento ofrece distintos puntos de vista en la enseñanza de las Matemáticas y en su aplicación a la vida real.



## 1. CONTEXTUALIZACIÓN

### 1.4. AULA:

- COMPOSICIÓN: 28 Alumnos (procedentes de diferentes centros)
- DIVERSIDAD:
  - 2 alumnos con altas capacidades
  - 4 con dificultades en el aprendizaje
- EQUIPAMIENTO:
  - Aula habilitada con tomas para ordenadores
  - Mesas dobles
  - Pizarra digital y pizarra tradicional
  - Proyector



## 2. JUSTIFICACIÓN

Esta unidad didáctica de probabilidad está diseñada para la asignatura de Matemáticas de 1º de ESO. Es una introducción a los conceptos:

- Contenidos mínimos
- Espacio muestral.
  - Suceso elemental.
  - Suceso compuesto.

- Contenidos máximos
- Frecuencias absolutas y relativas.
  - Probabilidad de un suceso. Ley de los grandes números.
  - Regla de Laplace.



## 2. JUSTIFICACIÓN

### 2.1. NORMATIVA

#### ESTATAL:

- Ley Orgánica 2/2006, de 3 de mayo, de Educación
- RD 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la ESO.

#### AUTONÓMICA:

- Ley 17/2007, de 10 de diciembre de Educación de Andalucía.
- D321/2007, de 31 de julio por el que se estable la ordenación y las enseñanzas correspondientes a la ESO.
- Orden de 10 de agosto de 2007, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la ESO en Andalucía.
- Orden de 25 de julio de 2008, que regula la atención a la diversidad del alumnado que cursa la educación básica en los centros docentes públicos en Andalucía.



## 2. JUSTIFICACIÓN

### 2.2. HISTÓRICA:

Los primeros en preguntarse sobre cuestiones de juegos de azar fueron los renacentistas: Pacioli, Cardano, Galilei, . . .

#### ➤ Origen de la Tª Moderna de la probabilidad:

Blaise Pascal (1623-1662)

Pierre Fermat (1601-1665)

“ El problema del caballero de Meré ”



El caballero de Meré, persona apasionada del juego de dados y las cartas, creía haber descubierto una falsedad en el juego de dados, observando que el comportamiento de los dados era diferente cuando se utilizaba un dado que cuando se empleaban dos dados.



## 2. JUSTIFICACIÓN

La “**falsedad** “ partía de una comparación errónea entre las posibilidades de sacar un seis con un solo dado o de sacar un seis doble con ambos dados.

*El caballero no tuvo en cuenta que en el segundo caso estaba analizando una probabilidad compuesta en donde las distintas probabilidades se deben calcular multiplicativamente.*

Este y otros problemas planteados por el caballero a Pascal sobre cuestiones relacionadas con diferentes juegos de azar, dieron origen a una correspondencia entre el propio Pascal y algunos de sus amigos matemáticos, sobre todo con Pierre de Fermat.

Esta correspondencia constituye el origen de la teoría moderna de la probabilidad.



## 2. JUSTIFICACIÓN

El juego consistía en lanzar 24 veces un par de dados y el problema era decidir si es lo mismo apostar a favor o en contra de la aparición de por lo menos un seis doble.

### Solución:

Sea  $A = \{\text{No sacar un seis doble en una tirada de dos dados}\} = P(A) = 35/36$ .

Entonces,

$$P(\text{A y A y A ... 24 veces}) = \left(\frac{35}{36}\right)^{24}$$

Este número vale **0'508596121** y por tanto la probabilidad del suceso contrario será  $1 - P(\text{A y A ... 24 veces ... y A}) = 1 - 0'508596121 = \mathbf{0'491}$ .

**Conclusión:** es más probable no obtener seis doble en 24 tiradas que obtenerlo al menos una vez. En cambio para 25 tiradas las cosas cambian, pues  $1 - (35/36)^{25} = 0'505$ .



## 2. JUSTIFICACIÓN

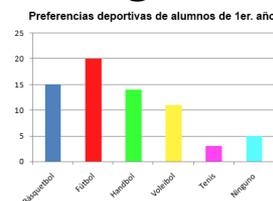
### 2.3. APLICACIÓN A LA VIDA REAL:

La probabilidad es algo que nos rodea. La encontramos en sucesos cotidianos del día a día: juegos, economía, naturaleza, etc.

- El alumnado será capaz de identificar la probabilidad en la vida real en sucesos tales como la lotería, el tirar un dado o lanzar una moneda a cara o cruz.



- La construcción del conocimiento sobre probabilidad nos ayuda a entender el mundo en el que vivimos a través de diagramas, porcentajes, recuentos, etc.



Numero de empleados por rama. 4º Trimestre 1970



## 2. JUSTIFICACIÓN

### Pero, ¿cómo medimos la suerte?

Cuando queremos medir longitudes utilizamos un metro y para medir el tiempo empleamos un reloj. Tenemos instrumentos para medir casi todo pero para medir la suerte, ¿qué podemos utilizar?, ¿existe algo para medir la suerte?

- Esta Unidad Didáctica va encaminada a que el alumno sea capaz de valorar, establecer un juicio crítico y medir las situaciones donde influye el azar, o “la suerte”.



## 3. CONTENIDOS

### 3.1. CONCEPTUALES:

- Espacio muestral.
- Suceso elemental y suceso compuesto.
- Frecuencias absolutas y relativas.
- Ley de los grandes números.
- Probabilidad de un suceso.
- Regla de Laplace.

### 3.2. PROCEDIMENTALES:

- Obtención del espacio muestral, los sucesos elementales, el suceso seguro y el suceso imposible de un experimento aleatorio.
- Determinación de las frecuencias absolutas y relativas de distintos sucesos.
- Utilización de la regla de Laplace para el cálculo de probabilidades de distintos sucesos en contextos de equiprobabilidad.



## 3. CONTENIDOS

### 3.3. ACTITUDINALES:

- Análisis crítico de las informaciones sobre fenómenos aleatorios.
- Curiosidad e interés por investigar fenómenos relacionados con el azar.
- Sensibilidad, gusto y precisión en la observación de experimentos relativos a fenómenos de azar.
- Valoración de la importancia del cálculo de probabilidades en distintos contextos de la vida diaria.



## 4. COMPETENCIAS

- **Competencia en comunicación lingüística.**
- **Competencia matemática.**
- Competencia en el conocimiento y la interacción con el mundo físico.
- **Tratamiento de la información y competencia digital.**
- **Competencia social y ciudadana.**
- Competencia cultural y artística.
- Competencia para aprender a aprender.
- Autonomía e iniciativa personal.



## 5. CONCEPTOS PREVIOS

Para poder desarrollar satisfactoriamente esta unidad, no se requiere ningún conocimiento específico sobre el azar o probabilidad, sin embargo si es necesario que el alumno domine lo siguiente:

- Proporcionalidad numérica.
- Elaboración de tablas para ordenar la información sobre un experimento.
- Frecuencia absoluta.

En la primera de las sesiones se realizarán actividades dirigidas a conocer los conocimientos e ideas previas de los alumnos.



## 6. OBJETIVOS

### 6.1. GENERALES.

- Formular conjeturas sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios sencillos y diseñar experiencias para su comprobación.
- Reconocer y valorar las matemáticas para interpretar y describir situaciones inciertas.
- Diferenciar formas de recogida de información. Organizar en tablas los datos recogidos en una experiencia.
- Comprender los conceptos de frecuencia absoluta y relativa.



## 6. OBJETIVOS

### 6.2. PARTICULARES.

- Comprender los conceptos de azar y probabilidad.
- Saber determinar el espacio muestral de un suceso.
- Diferenciar entre suceso probabilístico elemental y compuesto.
- Diferenciar entre frecuencia absoluta y relativa. Construcción correcta de la tabla de frecuencias.
- Diferenciar los experimentos aleatorios de los no aleatorios.
- Reconocer los diferentes sucesos aleatorios.
- Conocer la probabilidad de los sucesos aleatorios.
- Comprender la probabilidad de un suceso.
- Entender y reflexionar sobre ley de los grandes números.
- Comprender y aplicar la regla de Laplace a un suceso.



## 7. METODOLOGÍA

- Potenciaremos el aprendizaje **constructivo y por descubrimiento**.
- Generalmente en las sesiones comenzaremos con la explicación de conceptos, siempre **ejemplificándolos**.
- Aprendizaje **inductivo** mediante la **manipulación y la observación de experimentos**: lanzamiento de dados, tirada de moneda, cartas, etc.
- Trabajaremos tanto de forma **individual** como en pequeños y grandes **grupos**.
- Propondremos ejercicios/problemas que realizará el alumnado bajo la supervisión del profesor. Para la resolución de problemas → método de Pólya:
  1. Entender el problema.
  2. Configurar un plan.
  3. Ejecutar el plan.
  4. Analizar el resultado. Propondremos que el alumno razone y explique si el resultado es lógico o no lo es.
- Utilizaremos las **TIC** como una herramienta motivadora para el alumnado y como recurso didáctico para el profesor.

## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## **SESIÓN 1: Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.**

Los **conocimientos previos** que queremos evaluar son los siguientes:

- **Proporcionalidad** numérica.
- **Elaboración de tablas** para ordenar la información sobre un experimento.
- **Frecuencia absoluta**.

Todo planteado de una forma divertida y dinámica . . .



**SESIÓN 1: Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.**

- **Proporcionalidad numérica.**

The screenshot shows a digital game interface with a green background. At the top, there is a menu icon with numbers 1-5, a large yellow number '5' with 'MENU' below it, the title 'FRECUENCIA Y PROBABILIDAD', and a clock icon showing '11:18:11'. Below the title, a text box asks: 'Vamos a jugar a girar la flecha. ¿Sobre qué color se parará cada vez que giremos? Pon el porcentaje de veces que caerá sobre cada color si tiramos muchas veces.' To the right of this text are three colored boxes: a red box with '25 %', a blue box with '25 %', and a yellow box with '50 %'. Below the text is a circular spinner divided into four quadrants: top-left yellow, top-right red, bottom-left blue, and bottom-right yellow. A green arrow points upwards from the center. To the right of the spinner, text says: 'Realiza el número de tiradas que quieras y después pulsa el botón -ya- para ver si has acertado.' Below this text is a green oval button with 'YA' in red. At the bottom left, there is a 'GIRAR' button with a green arrow icon. Below the 'GIRAR' button, text says: 'Pulsa el botón todas las veces que quieras.' To the right of the spinner, there is a section for recording results. It is labeled 'Número de tiradas' and 'Tabla de frecuencias'. The table has three columns corresponding to the colors: red, blue, and yellow. Each column has a '0' in the bottom cell.

Vamos a jugar a girar la flecha. ¿Sobre qué color se parará cada vez que giremos? Pon el porcentaje de veces que caerá sobre cada color si tiramos muchas veces.

25 % 25 % 50 %

Realiza el número de tiradas que quieras y después pulsa el botón -ya- para ver si has acertado.

YA

Número de tiradas

Tabla de frecuencias

0	0	0	

GIRAR

Pulsa el botón todas las veces que quieras.

[C.B. digital]



## SESIÓN 1: Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

- **Elaboración de tablas** para ordenar la información sobre un experimento.
- **Frecuencia absoluta.**



En una bolsa opaca llena de lacasitos:

- Se realizan extracciones.
- Se recopilan los datos en una tabla calculando las frecuencias absolutas de cada color.
- Se tantea con preguntas la idea que tienen sobre probabilidad.



## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## **SESIÓN 2: Experimentos aleatorios y deterministas.**

Se plantean dos situaciones para introducir el concepto de experimentos aleatorios y deterministas.

### ○ **SITUACIÓN 1**:

A- Tenemos una moneda. La lanzamos al aire. ¿Es seguro que vaya a caer al suelo, teniendo en cuenta que yo me voy a quedar quieto?

B- Tenemos una moneda. La lanzamos al aire. ¿Es seguro que, al caer en el suelo, salga cruz?

- Los alumnos distinguirán que en el caso A se puede decir con exactitud lo que va a pasar y en el caso B, no se puede saber lo que va a ocurrir.



## SESIÓN 2: Experimentos aleatorios y deterministas.

### ○ SITUACIÓN 2:

A- Estamos en la cocina. Hemos puesto a hervir una cacerola con agua. Nos despistamos. ¿Es seguro que llegará un momento en el que el agua se evaporará?

B- Necesitamos un poco de sal. Nos hemos dado cuenta de que las especias y las sales no tienen nombre. Tenemos cinco frascos: dos con sal, uno con pimienta, dos con orégano y uno con pimentón. ¿Es seguro que vayamos a acertar y coger a la primera un frasco con sal?

- En el caso A se predice con exactitud el resultado (se evaporará ) y en el caso B no, ya que depende del azar.



## SESIÓN 2: Experimentos aleatorios y deterministas.

- **DEFINICIÓN:** Un **experimento aleatorio** es toda prueba controlada de la que se saben sus posibles resultados, sin que se pueda decir cuál de ellos se va a dar.
- **EJEMPLOS:**
  - Lanzar un dado con las caras enumeradas del 1 al 6 y observar el resultado de la cara superior. 
  - Lanzar una moneda al aire y observar la cara superior. 
- **DEFINICIÓN:** En un **experimento determinista** se puede determinar con certeza el resultado.
- **EJEMPLO:**
  - Meter un recipiente con agua en el congelador y observar el resultado.



## **SESIÓN 2: Experimentos aleatorios y deterministas.**

**Actividad 1**: En grupos de 4 personas, debatir si se trata de un experimento aleatorio o determinista: [C.B. social y ciudadana]

- a) Determinar el día de la semana que será mañana.
- b) Anotar el color de la bola que extraemos de una urna que contiene bolitas blancas y bolitas negras.
- c) Lanzar un dado y comprobar qué valor obtenemos.
- d) Calcular la longitud de tu mano.
- e) Determinar el peso de un ladrillo.
- f) Predecir la temperatura máxima de la semana que viene.
- g) Determinar si mañana lloverá.

**Actividad 2**: Describe dos experimentos aleatorios y otros dos deterministas diferentes a los vistos anteriormente.



## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## SESIÓN 3: Espacio muestral. Sucesos.

Corregidas las actividades de la sesión anterior y aclaradas las dudas, se continúa esta tercera sesión definiendo los conceptos de suceso y espacio muestral.

Planteamos una tirada de dados y observamos los resultados obtenidos:

- **Espacio muestral:** ¿cuáles son todos los resultados posibles?

$$E = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

El espacio muestral es el conjunto formado por todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Se designa con la letra E.

También podemos observar **subconjuntos** de E. A estos subconjuntos o partes del espacio muestral se los llama **sucesos** y se designan con letras mayúsculas: A, B, C...



### SESIÓN 3: Espacio muestral. Sucesos.

- **Suceso elemental:** Es el que está formado por un sólo resultado del espacio muestral.  
“Sacar más de 5 en un dado de seis caras” :  $A = \{6\}$
- **Suceso compuesto:** Es el que está formado por dos o más resultados del espacio muestral.  
“Salir un número par ”:  $B = \{2, 4, 6\}$
- **Suceso seguro o cierto:** Es el que se verifica siempre. Está formado por todos los resultados posibles del experimento y, por tanto, coincide con el espacio muestral.  
“Sacar un número menor o igual que seis”:  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- **Suceso imposible:** Es el que nunca se realiza. Se representa así:  $\emptyset$ .  
“Sacar un 7” :  $C = \emptyset$
- **Sucesos equiprobables:** Son los que tienen la misma probabilidad de salir.



### **SESIÓN 3: Espacio muestral. Sucesos.**

**Actividad 3**: Sea el experimento aleatorio “Sacar una bola de una bolsa en la que hay 8 bolas numeradas del 1 al 8”. Calcula:

- a) El espacio muestral.
- b) El suceso  $A = \text{“Sacar un número impar”}$ .
- c) El suceso  $B = \text{“Sacar un número mayor que 5”}$ .
- d) El suceso  $C = \text{“Sacar un número múltiplo de 2”}$ .
- e) El suceso  $D = \text{“Sacar un 9”}$ .

**Actividad 4**: A cada grupo de 4 personas se les reparte dos monedas. Tendrán que definir el espacio muestral, sucesos elementales y sucesos compuestos al lanzar las dos monedas.



## **SESIÓN 3: Espacio muestral. Sucesos.**

**Actividad 5**: En los siguientes experimentos aleatorios, determina su espacio muestral, sus sucesos elementales y dos sucesos compuestos:

- a) Extraer una bola de una urna que contiene 3 bolas rojas, 2 bolas verdes y 1 bola azul.
- b) Extraer una carta de una baraja.
- c) Lanzar dos dados y anotar la suma de sus puntuaciones.
- d) Extraer una bola de una urna que contiene 5 bolas numeradas del 1 al 5.

**Actividad 6(\*)**: Referidos a la extracción de una carta de la baraja española, clasifica los siguientes sucesos en elementales o compuestos:

- a) A = "Sacar el rey de oro"
- b) B = "Sacar una carta de copas"
- c) C = "No sacar un as"



## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## SESIÓN 4: Frecuencias absolutas y relativas.

En esta sesión se dan a conocer los conceptos de frecuencia absoluta y relativa y formalizar una tabla con los datos recogidos.

- **Frecuencia absoluta** de un suceso ( $f_i$ ): se corresponde con el número de veces que aparece dicho suceso.
- **Frecuencia relativa** de un suceso ( $h_i$ ): es la frecuencia absoluta dividida por el número de veces ( $n$ ) que realizamos el experimento.

$$h_i = \frac{f_i}{n}$$

Con el fin de comprender estos conceptos, se proponen las siguientes actividades.



## SESIÓN 4: Frecuencias absolutas y relativas.

**Actividad 7:** Realizar el cálculo de la frecuencia absoluta y relativa al tirar un dado 20 veces. Se utilizará la pizarra digital para completar una tabla haciendo uso del siguiente enlace: <http://geogebraTube.com/student/m54209>

[C.B. digital]



	1	2	3	4	5	6
Recuento						
f.						
h.						

**Actividad 8:** Con la clasificación de fútbol del presente año, calcular la frecuencia relativa y absoluta de los partidos ganados, empatados y perdidos de un equipo.

<http://www.apuestas-deportivas.es/resultados.html>

2013 - 2014		TOTAL									
Pos	Equipo	PJ	G	E	P	C	M	Dif	Ptos		
1	Barcelona	24	19	3	2	69	17	52	60		
2	Real Madrid	24	19	3	2	68	24	44	60		
3	Ath.Madrid	24	19	3	2	59	16	43	60		
4	Ath Bilbao	24	13	5	6	43	30	13	44		
5	Villarreal	24	12	4	8	44	29	15	40		
6	R.Sociedad	24	11	7	6	43	34	9	40		
7	Levante	25	8	9	8	24	31	-7	33		
8	Seville	24	8	8	8	42	41	1	32		
9	Valencia	24	9	5	10	36	35	1	32		
10	Espanol	24	9	5	10	28	30	-2	32		
11	Celta	24	8	5	11	31	35	-4	29		
12	Granada CF	24	8	3	13	21	30	-9	27		
	Las Palmas	24	7	5	12	21	37	-16	26		
	Osasuna	24	6	8	10	22	34	-12	26		
	Real Meridiano	24	7	4	13	24	42	-18	25		
	Real Murcia	24	7	4	13	22	39	-17	25		
	Real Zaragoza	24	6	6	12	23	34	-11	24		
	Racing de Santander	25	4	10	11	27	43	-16	22		
	Real Betis	24	6	2	16	25	58	-33	20		
	Real Betis	24	3	5	16	20	53	-33	14		



## SESIÓN 4: Frecuencias absolutas y relativas.

**Actividad 9:** Calcular la frecuencia absoluta y relativa de paradas, despejes y goles encajados de un portero de fútbol:



<http://www.sportyou.es/opta/comparador/index.php?eq1=3&ju1=6860&eq2=13&ju2=20542&x=58&y=15>

**Actividad 10:** Después de lanzar 20 veces una ruleta pentagonal hemos obtenido los siguientes resultados:

2 1 5 4 4 5 3 5 4 2 5 5 3 4 2 2 1 2 1 2



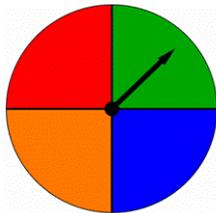
Anota en una tabla las frecuencias de cada suceso elemental y después calcula las frecuencias relativas de los siguientes sucesos:

A= Salir número par

B= Salir número primo

## SESIÓN 4: Frecuencias absolutas y relativas.

**Actividad 11(\*):** Giramos 26 veces una ruleta con cuatro colores y anotamos el color de la cara oculta. Completa la tabla si la frecuencia del azul es el doble de la del naranja:



Color				
Frecuencia $f_i$		8	6	

**Actividad 12(\*):** Hemos lanzado 100 chinchetas y 63 han caído con el pico hacia arriba. ¿Cuál es la frecuencia relativa del suceso: Caer con el pico hacia abajo?



(\* ) Esta actividad se mandará como tarea para realizar en casa

**SESIÓN 4: Frecuencias absolutas y relativas.**

**Actividad 13(\*):** Hemos lanzado 50 veces un dado tetraédrico y anotamos el número oculto. Completa la siguiente tabla:

	1	2	3	4
$f_i$		18	16	
$h_i$	0.2			0.12



(\*) Esta actividad se mandará como tarea para realizar en casa

## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## SESIÓN 5: Probabilidad. Ley de los grandes números.

Se iniciará esta sesión aclarando todas las posibles dudas de las actividades propuestas en la sesión anterior, con ello, los alumnos deben **dominar** todos los aspectos relacionados con las **frecuencias**, tanto absoluta como la relativa. A partir de aquí desarrollamos el concepto de probabilidad.

- **DEFINICIÓN:** La probabilidad ,  $P$ , de un suceso es un **número comprendido entre 0 y 1** que indica la posibilidad de que ocurra dicho suceso. A mayor probabilidad, mayor será la posibilidad de que ocurra.
  - Si la **probabilidad** de un suceso es **igual a 1**, se dice que es un suceso **seguro** porque siempre ocurre.
  - Si la **probabilidad** de un suceso es **igual a 0**, se dice que es un suceso **imposible** porque no ocurre nunca.



## SESIÓN 5: Probabilidad. Ley de los grandes números.

- **LEY DE LOS GRANDES NÚMEROS:** Si realizamos un experimento aleatorio un número elevado de veces, se puede calcular la **probabilidad** de un suceso asignándole la **frecuencia relativa** que le corresponda a dicho suceso, y se simboliza:  **$P(A) \approx h_A$** .

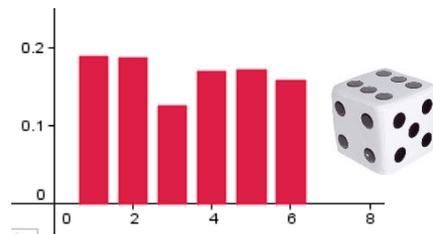
Cuanto mayor es el número de pruebas que se realizan, más se aproxima el valor de la frecuencia a ese número que llamamos *probabilidad*.

- Para entender bien todos estos conceptos utilizaremos recursos informáticos.



## SESIÓN 5: Probabilidad. Ley de los grandes números.

### ○ EJEMPLOS:

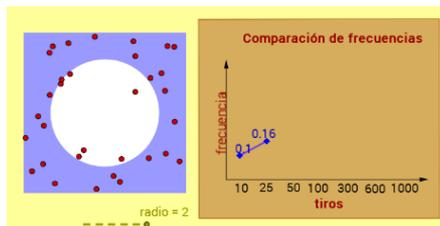
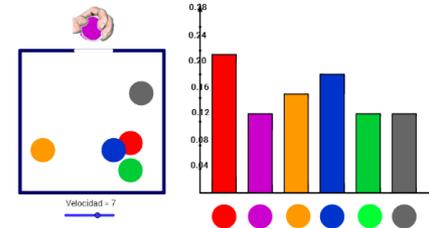


Ley de los grandes números\_dados

[Ley grandes números 1.dados.ggb](http://www.geogebra.org/m/1.dados.ggb)

Ley de los grandes números\_saco de probabilidad

<http://www.geogebra.org/m/79995>



Ley de los grandes números\_lanzamiento de dardos

<http://www.geogebra.org/m/16503>

**SESIÓN 5: Probabilidad. Ley de los grandes números.**

**Actividad 14:** Se ha lanzado una moneda 10.000 veces, obteniendo los resultados que aparecen en la tabla.

- Completa las frecuencias relativas de “sacar cara”.
- A medida que el nº de lanzamientos es mayor, ¿a qué frecuencia relativa se aproxima? ¿Cuál crees que es la probabilidad de sacar cara?

Número de lanzamientos	Número de caras $f_i$	Frecuencia relativa $h_i$
10	8	
100	42	
1.000	557	
10.000	4.969	



## SESIÓN 5: Probabilidad. Ley de los grandes números.

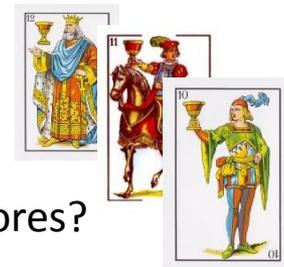
**Actividad 15:** Lanza un dado 20 veces y anota los resultados en un tabla:

- ¿Qué probabilidad le asignarías al suceso "Sacar 5"?
- ¿Y al suceso "Sacar 3"?
- Junta los resultados con los de tus otros 3 compañeros de grupo y vuelve a calcular la probabilidad de sacar 5.
- Junta todos los resultados de la clase y vuelve a calcular la probabilidad de sacar 5. ¿Qué resultado crees que es más fiable?



**Actividad 16:** Selecciona de una baraja de cartas la sota, el caballo y el rey de copas. Coloca las tres cartas boca abajo, barájalas y levanta al azar una carta. Realiza el experimento 20 veces y anota en una tabla las veces que sale cada figura.

- ¿Qué probabilidad hay de sacar el rey de copas?
- ¿Y de sacar el caballo de copas? ¿Y de sacar la sota de copas?
- ¿Qué número obtienes si sumas las tres probabilidades anteriores?



## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## SESIÓN 6: Ley de Laplace.

En esta sesión, y viendo que los alumnos han asumido el concepto anterior de probabilidad, se establece una regla práctica y sencilla para el cálculo de probabilidades. Para introducir el concepto se plantea la siguiente actividad:

**Actividad 17**: Este dado no está trucado. Su espacio muestral es :  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ .

Si lo lanzas muchísimas veces.

¿Qué número saldrá más veces el 1 o el 2 o el 3, o el 4, o el 5, o el 6?

¿Cuál será la probabilidad de que salga un 1 ? ¿y un 2? ¿y un 3?...



Parece que todos los sucesos elementales, todos los del espacio muestral  $E$ , tienen la misma probabilidad de ocurrir. Son **EQUIPROBABLES**.

Entonces si quieres calcular la probabilidad del suceso ser par:

$A = \{2, 4 \text{ o } 6\}$  saldrá 3 de 6:

<b>3 casos que tiene el suceso A.</b>	<b>3</b>
<b>6 que tiene el espacio muestral E.</b>	<b>—</b>
	<b>6</b>



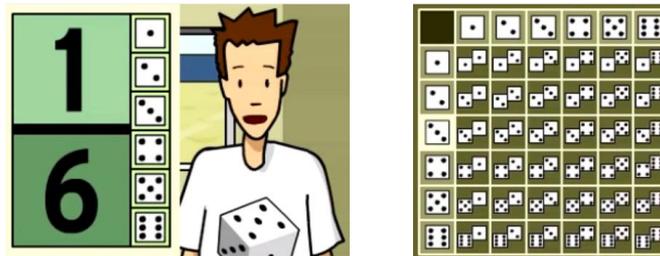
## SESIÓN 6: Ley de Laplace.

Se expondrá a continuación el concepto de la LEY DE LAPLACE:

- **LEY DE LAPLACE:** Si los sucesos elementales de un experimento aleatorio son equiprobables se verifica que la probabilidad de un suceso A es:

$$P(A) = \frac{\text{nº de casos favorables en A}}{\text{nº de casos posibles}}$$

Seguidamente y para que la regla sea asumida por el alumnado, se les mostrará el siguiente vídeo:



[https://www.youtube.com/watch?v=cGT\\_YHZ7M7s](https://www.youtube.com/watch?v=cGT_YHZ7M7s)

## **SESIÓN 6: Ley de Laplace.**

A continuación, se expondrán en la pizarra otras actividades similares en grado de dificultad para que los alumnos participen activamente en su resolución y siempre guiados por el profesor.

**Actividad 18:** Lanzamos un dado de parchís y anotamos el resultado.

Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos:

A= Sacar un número menor que 3.

B= Sacar un divisor de 6.

**Actividad 19:** Calcula la probabilidad de los siguientes sucesos en el experimento aleatorio que consiste en tirar un dado y anotar el número de su cara superior. ¿Es un experimento regular?

a) A= Salir número par.

b) B= Salir múltiplo de 3.

c) C= Salir número mayor que 10.

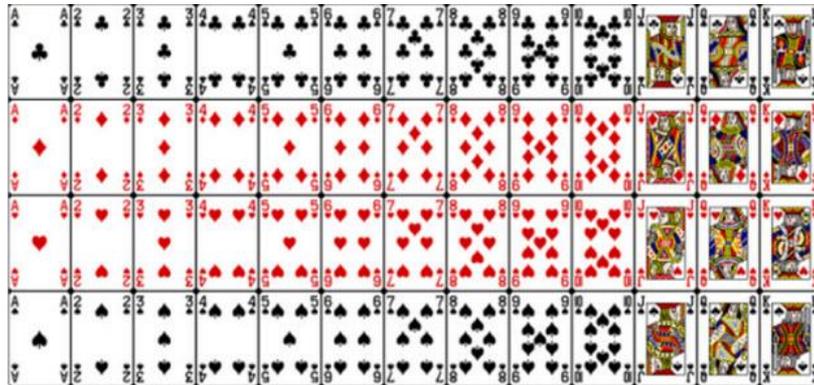
d) D= Salir número menor o igual que 4.



## SESIÓN 6: Ley de Laplace.

**Actividad 20:** Si la baraja de Póker tiene las siguientes características  
Halla la probabilidad de:

1. Sacar el Rey de Corazones:
2. Sacar una carta de Diamantes:
3. Sacar una carta negra:
4. Sacar una carta que no sea ni una figura, ni sea de picas:



**Actividad 21:** Un dado de quinielas tiene tres 1, dos X y un 2. ¿Cuál es la probabilidad de que salga una X? ¿Y un 2?



## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## SESIÓN 7: Repaso previo al examen.

- En esta sesión se repasa todo lo visto en la unidad.
- Se resuelven todas las dudas que los alumnos planteen.
- Se realizan aquellas tareas que hayan resultado más difíciles a lo largo de la unidad.
- Se realizan algunos ejercicios de repaso: [Ejercicios de Probabilidad.pdf](#)
- Se entrega un mapa conceptual con todo lo visto en la unidad



# EXPERIMENTOS O FENÓMENOS

## DETERMINISTA

Se puede predecir el resultado

## ALEATORIOS

Es una prueba controlada de la que sabemos sus posibles resultados sin que podamos predecir cuál se dará.  
Ejemplo: "Lanzar un dado".

## ESPACIO MUESTRAL

Conjunto de resultados posibles del experimento aleatorio

## SUCESOS

Subconjuntos del espacio muestral.

A= "Salir un número par" = {2, 4, 6} B= "Salir un número mayor que 3" = {4, 5, 6}

## TIPOS DE SUCESOS

- Suceso elemental: {3}
- Suceso compuesto: {3,4}
- Suceso seguro: E
- Suceso imposible:  $\emptyset$
- Suceso equiprobables: igual probabilidad

## PROBABILIDAD

Es un número asociado al suceso:  $P(A)$   
Se cumple que: a)  $P(E)=1$  b)  $P(\emptyset)=0$ , c)  $0 \leq P(A) \leq 1$

## REGLA DE LAPLACE

$$P(A) = \frac{\text{nº de casos favorables a A}}{\text{nº de casos posibles}}$$

$P(A)=3/6$      $P(B) 3/6$

## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

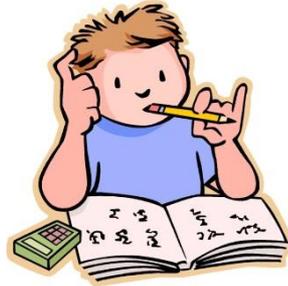
**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## SESIÓN 8: Evaluación.

En esta sesión los alumnos realizarán un examen que supondrá el \*70% de la nota de esta unidad didáctica.



[Examen.pdf](#)

\* El otro 30%

- 10% Cuaderno
- 10% Comportamiento
- 10% Actividades (clase y casa)



## EXAMEN DE PROBABILIDAD. 1º ESO

1. En una urna hay 10 bolas numeradas del 1 al 10, sacamos una bola y anotamos el número. Escribe el espacio muestral y completa la tabla con ejemplos de distintos sucesos:

TIPO DE SUCESO	SUCESO
Seguro	
Suceso posible	
Suceso imposible	
Suceso muy probable	
Suceso poco probable	

a) ¿Qué probabilidad hay de sacar un número menor o igual a 4?

2. Ana y Eva han lanzado un dado varias veces cada una. Han obtenido los siguientes resultados:



a) Elabora la tabla de frecuencias absolutas y relativas de cada una.

3. Juan y Clara tienen una baraja de 40 cartas. A Juan se le ocurre proponerle algo a Clara: ella escogerá una carta al azar, y ...

- Si saca oro, Juan tendrá que invitar a Clara a un helado.
- Si saca una carta que no sea un As, será Clara quien invite a Juan a un helado.

- ¿Qué probabilidad hay de que sea Juan el que tenga que invitar a Clara?
- ¿Y la de que sea Clara la que tenga que invitar a Juan?
- Si fueras Clara, ¿aceptarías el reto? Justifica tu respuesta.

4. En la clase de 1ºB la tutora ha prometido a los alumnos que irán de excursión. Para decidir el tipo de viaje (playa, montaña o cultural) se hace una encuesta de las preferencias y los resultados son los siguientes:

CLASE DE 1ºB	
Tipo	Nº de alumnos
Playa	18
Montaña	7
Viaje cultural	3

- Si se consideran las preferencias de los alumnos de 1ºB, ¿cuál es la probabilidad de que vayan a la playa? ¿Y a la montaña? ¿Y la probabilidad de hacer un viaje cultural?
- La clase de 1ºA puede que se una a la excursión, pero sus preferencias son muy distintas (ver tabla). ¿Cuáles serían las probabilidades de cada tipo de viaje considerando las preferencias de 1º A y 1ºB juntas?

CLASE DE 1ºA	
Tipo	Nº de alumnos
Playa	4
Montaña	20
Viaje cultural	6

5. En un campamento de verano formado por 28 estudiantes, de los cuales 5 son ingleses, 3 portugueses, 10 franceses y el resto españoles, ¿qué probabilidad hay que al elegir un estudiante al azar sea español?



## 8. TEMPORIZACIÓN: SECUENCIA DE SESIONES

**SESIÓN 1:** Test de conocimientos previos. Actividades de motivación.

**SESIÓN 2:** Experimentos aleatorios y deterministas.

**SESIÓN 3:** Espacio muestral. Sucesos

- Elemental
- Compuesto
- Seguro
- Imposible
- Equiprobable

**SESIÓN 4:** Frecuencias absolutas y relativas.

**SESIÓN 5:** Probabilidad. Ley de los grandes números.

**SESIÓN 6:** Regla de Laplace.

**SESIÓN 7:** Repaso previo al examen.

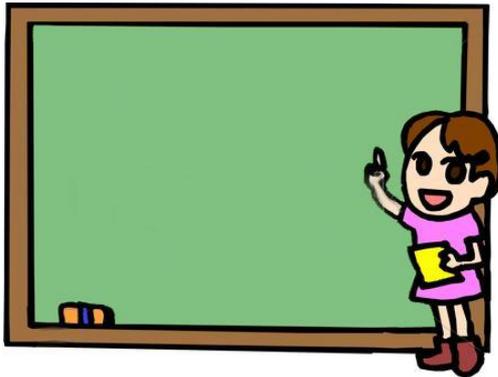
**SESIÓN 8:** Evaluación.

**SESIÓN 9:** Resolución del examen y revisión de la unidad.



## SESIÓN 9: Resolución del examen y revisión de la unidad.

Este día se destinará a la corrección del examen en la pizarra y resolución de cualquier duda planteada por los alumnos sobre el contenido de la unidad.



[Examen\\_solución.pdf](#)



## 9. CLIMA DE LA CLASE

El clima de clase es algo fundamental para el correcto funcionamiento del aula y el éxito de la Unidad Didáctica.

Se procurará mantener la motivación del alumnado a través de actividades, que en ocasiones se realizarán en grupos de cuatro de personas lo más heterogéneos posibles, favoreciendo el **rol alumno-tutor**, es decir, se organizarán grupos donde haya tanto alumnos con buenos resultados académicos como alumnos con problemas de aprendizaje no significativo.



## 10. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

La existencia de alumnos con capacidades de aprendizaje muy diferentes dentro del aula conlleva a la necesidad de incluir ciertas medidas de atención a la diversidad. Se intentará que estas medidas sean inclusivas. Para ello:

- Se formarán **grupos** de trabajo de cuatro personas **heterogéneos**, donde se fomente el **rol del alumno-tutor**. Se favorecerá así, el aprendizaje de los alumnos con dificultades y el sentimiento de pertenencia a un grupo para los alumnos con altas capacidades.



## 10. ATENCIÓN A LA DIVERSIDAD

### 10.1. ACTIVIDADES DE RECUPERACIÓN O DE REFUERZO:

- En el Anexo de actividades complementarias a esta memoria, se recogerán distintas actividades de refuerzo.

[9 azar y probabilidad actividades de refuerzo.pdf](#)

[9 azar y probabilidad refuerzo2.pdf](#)



### 10.2. ACTIVIDADES DE AMPLIACIÓN PARA ALUMNOS DE ALTAS CAPACIDADES:

- En el Anexo de actividades complementarias a esta memoria, se recogerán las distintas actividades de ampliación para alumnos de altas capacidades.

[Lectura altas capacidades Te puede tocar a ti.pdf](#)

Trabajo de investigación



## 11. RECURSOS A UTILIZAR

- Pizarra digital u ordenador conectado a video-proyector: para el resto de las sesiones, que se realizan en el aula ordinaria, se requiere uno de estos dos elementos para introducir los contenidos, guiar la búsqueda de información de Internet por parte del alumnado, exposición de videos y plantear los enunciados de las actividades.
- Ultraportátiles del alumnado: en estas sesiones se pedirá la utilización puntual de los ultraportátiles por parte del alumnado con el fin de buscar información en Internet para las tareas de clase.



## 11. RECURSOS A UTILIZAR

### Material genérico:

- Cuadernos, lápices y bolígrafos
- Útiles de dibujo
- Calculadora

### Material para experimentos aleatorios:

- Barajas francesas para cada grupo de cuatro alumnos
- Dados de seis caras para cada grupo de cuatro o cinco alumnos
- Chinchetas



## 12. EVALUACIÓN

### 12.1. DEL ALUMNO.

Nota de la unidad didáctica

- 10% Cuaderno
- 10% Comportamiento
- 10% Actividades (clase y casa)
- 70% Examen

### 12.2. DE LA UNIDAD DIDÁCTICA.

El profesor a lo largo del desarrollo de la unidad didáctica tomará nota del resultado docente de la misma, analizando, por ejemplo:

- Idoneidad de los recursos utilizados (materiales, de organización del tiempo y del espacio, etc).
- El efecto que ha causado sobre el alumno las actividades desarrolladas a lo largo del proceso de enseñanza y aprendizaje: el interés despertado, las reflexiones que han causado en el alumnado.
- Si la secuenciación ha sido apropiada.



# FIN

