

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

7 de febrero de 2011

1.- CUADRILÁTEROS

A partir de un cuadrilátero ABCD que mide k unidades de área se alargan los lados, todos "en el mismo sentido", hasta que la longitud sea el doble de la inicial y se unen los puntos que resultan: M, N, P, Q. ¿Cuál es el área del cuadrilátero MNPQ?

2.- CAMINO DE SAN LUCAS

Cuando iba para San Lucas me encontré con un hombre con siete esposas. Cada esposa tenía siete sacos, cada saco tenía siete gatos, y cada gato tenía siete gatitos. Gatitos, gatos, sacos y esposas, ¿cuántos iban a San Lucas?

3.- PUNTOS EN UN HEXÁGONO

En un hexágono regular de lado unidad se sitúan 19 puntos. Demostrar que hay al menos dos de ellos separados por una distancia no mayor que $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

4.- TORNEO

En un cierto torneo de tenis cada jugador ha de enfrentarse a todos los demás, jugando un partido en cada caso.

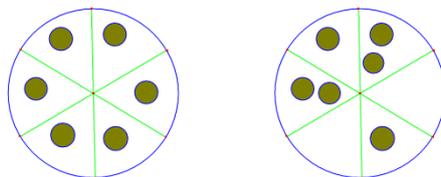
Probar que en cualquier momento del torneo existen dos jugadores que han jugado el mismo número de partidas.

5.- BARICENTRO

Demostrar que en un triángulo se verifica la siguiente propiedad: si r es una recta que pasa por el baricentro y no pasa por ningún vértice, la suma de las distancias a dicha recta de los vértices que quedan en un mismo semiplano es igual a la distancia del tercer vértice a la recta.

6.- FICHAS EN SECTORES

Se divide un círculo en seis sectores y se coloca una ficha en cada uno de ellos. Se mueven simultáneamente dos fichas colocando cada una en uno de los sectores adyacentes al que ocupa. Esta operación puede repetirse cuantas veces se desee.

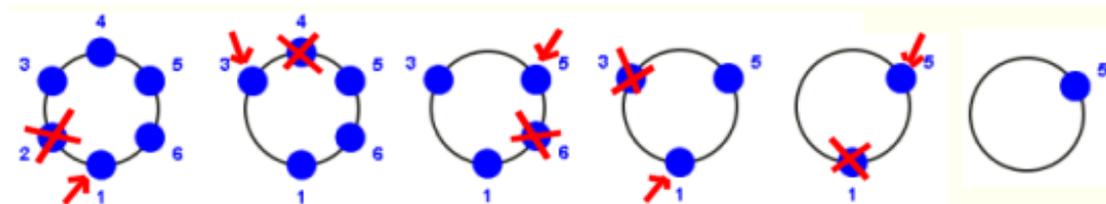


Posición inicial Después de un movimiento

¿Puede conseguirse que todas las fichas acaben, en algún momento, en el mismo sector?

7.- FICHAS SALTARINAS

Se colocan 6 fichas en círculo y se numeran del 1 al 6 consecutivamente. Ahora, en el sentido de numeración, voy dejando una ficha y quitando la siguiente. Empiezo dejando la ficha 1 y quitando la 2. El proceso continúa hasta que sólo queda una ficha. En la figura vemos que al final del proceso la ficha final es la número 5.



a) Hacer lo mismo con 8 fichas en círculo. ¿Qué ficha queda al final?

b) Si comenzamos con 16 fichas, ¿qué ficha queda al final?

c) Los números 8 y 16 son potencias de 2. También el número $1024 = 2^{10}$ es una potencia de 2. ¿Sabrías decir, con un razonamiento convincente, qué ficha quedaría al final si comienzas con un círculo de 1024 fichas?

d) Ahora tenemos $1026 = 2^{10} + 2$ fichas. ¿Qué ficha quedaría al final?

8.- POLIEDROS

Probar que en todo poliedro hay, al menos, dos caras con el mismo número de aristas.